

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos para Engenharia

Bruno dos Santos Solheid

APLICAÇÕES DA ANÁLISE DIMENSIONAL NO MÉTODO
FLUXO-GRADIENTE E NA TEORIA DE RENOVAÇÃO
SUPERFICIAL

Curitiba, 2017

Bruno dos Santos Solheid

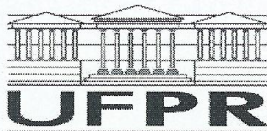
APLICAÇÕES DA ANÁLISE DIMENSIONAL NO MÉTODO
FLUXO-GRADIENTE E NA TEORIA DE RENOVAÇÃO
SUPERFICIAL

Tese apresentada ao PPGMNE-UFPR como
requisito parcial à obtenção do grau de
Doutor.

Orientador: Prof. Nelson Luís da Costa Dias

Curitiba

2017



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Setor CIÊNCIAS EXATAS
Programa de Pós-Graduação MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **BRUNO DOS SANTOS SOLHEID** intitulada: **APLICAÇÕES DA ANÁLISE DIMENSIONAL NO MÉTODO FLUXO-GRADIENTE E NA TEORIA DE RENOVAÇÃO**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO.

Curitiba, 26 de Abril de 2017.

NLDias

NELSON LUÍS DA COSTA DIAS

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

LÍVIA SOUZA FREIRE GRION

Avaliador Externo (LEMMA)

AILIN RUIZ DE ZARATE FABREGAS

Avaliador Externo (UFPR)

p/ NLDias (DEFESA POR VIDEOCONFERÊNCIA)

GERVÁSIO ANNES DEGRAZIA

Avaliador Externo (UFSM)

MAURÍCIO TELGA GOBBI

Avaliador Interno (UFPR)

Resumo

Nesse texto foi apresentado um estudo sobre os processos de transferência de massa e energia em sub-camadas interfaciais. Na primeira parte do estudo a análise dimensional foi utilizada para propor grandezas adimensionais relevantes ao método fluxo gradiente. A parametrização clássica para o comprimento de rugosidade foi ajustada para os dados obtidos no lago de Itaipu. O parâmetro de Charnock encontrado apresentou uma ordem de grandeza a mais que o parâmetro usual para corpos de água profundos. Com o parâmetro de Charnock ajustado foi possível determinar parametrizações para os comprimentos de rugosidade para escalares. Os números adimensionais relevantes foram obtidos através da análise dimensional sem fazer uso da teoria de renovação superficial (TRS). Formas mais gerais que as apresentadas na literatura foram sugeridas para o número de Dalton interfacial e um modelo baseado na TRS para o transporte de *momentum* na sub-camada interfacial da atmosfera foi apresentado.

Na segunda parte do texto a análise dimensional foi utilizada para integrar diferentes resultados experimentais apresentados na literatura associada à teoria de renovação superficial. Primeiramente uma forma para a distribuição de idades foi deduzida analiticamente através dos valores da taxa de renovação obtidos na literatura associada à simulação numérica direta (na sigla em inglês DNS). A distribuição de probabilidade resultante pertence à família de distribuições de Halphen tipo A, família essa nunca antes sugerida como distribuição de idades. O próximo passo foi a utilização da análise dimensional para adequar a TRS aos valores do tempo médio de contato (\bar{t}) apresentados recentemente na literatura. Por último, todos os resultados apresentados na literatura associada à TRS foram reunidos em um conjunto de equações fechadas ao se especificar o número de Reynolds de rugosidade Re_0 .

Palavras-chave: comprimentos de rugosidade, parâmetro de Charnock, teoria de Monin-Obukhov, fluxos superficiais.

Abstract

In this text a study was presented on the transfer processes of mass and energy in interfacial sub-layers. In the first part of the study, the dimensional analysis was used to propose dimensionless quantities relevant to the gradient flow method. The classical parameterization for the roughness length was adjusted for the data obtained in the Itaipu lake. The Charnock's parameter found was of an order of magnitude higher than the usual parameter for deep water bodies. With Charnock's parameter adjusted it was possible to determine parameterizations for the roughness lengths for scalars. The relevant dimensionless numbers were obtained through dimensional analysis without making use of the Surface Renewal Theory (TRS). More general forms than those presented in the literature were suggested for the Interfacial Dalton number and a TRS-based model for the transport of momentum in the atmospheric sub-layer was shown.

In the second part of the text the dimensional analysis was used to integrate different experimental results presented in the literature associated with the Surface renewal theory. First, a form for the Age distribution has been deduced analytically through the measured renewal rate obtained in the literature associated with direct numerical simulation (DNS). The resulting probability distribution belongs to the family of Halphen distributions type A, family never before suggested as age distribution. The next step was the use of dimensional analysis to adjust the TRS to the values of the mean contact time (\bar{t}) recently presented in the literature. Finally, all the results presented in the literature associated with the TRS were collected in a closed set of equations by specifying the Roughness Reynolds number Re_0 .

Keywords: momentum roughness, Charnock's parameter, Monin-Obukhov Theory, surface fluxes.

Epígrafe

“The reality we can put into words is never reality itself.”

— WERNER HEISENBERG

Agradecimentos

Aos meus pais, que me deram um grande apoio no decorrer do desenvolvimento deste texto.

Ao meu orientador Nelson dias, pela imensa contribuição para o meu desenvolvimento acadêmico e para a realização dessa tese.

À todos os meus colegas e amigos do CESEC, que vieram e foram nestes oito anos de convivência.

Aos meus amigos Jean, Maurício, Cláudio, Luciana, Gustavo, Pedro, Claudinho e cia e toda piaçada dos bailes.

Aos professores do CESEC, obrigado pelo conhecimento adquirido de vocês.

Sumário

Sumário	8
Lista de Figuras	10
Notação	12
1 Introdução	13
2 Revisão de resultados teóricos	16
2.1 Teoria de similaridade de Monin-Obukhov	16
2.2 Teoria da renovação superficial	21
2.3 Conceitos da teoria da integração	24
3 Proposta de novas parametrizações para a sub-camada interfacial da atmosfera	29
3.1 Sítio experimental e dados	30
3.2 Parametrização do fluxo vertical de quantidade de movimento	32
3.3 Análise dimensional do método fluxo-gradiente	34
3.4 Proposta de um modelo para o transporte de <i>momentum</i>	39
3.5 Construção de formas mais gerais para k_{E0}	42
3.6 Discussão	47
4 Proposta de um novo modelo de renovação superficial	50
4.1 Formalização da teoria	50
4.2 Proposta de uma nova distribuição de idades	56
4.3 Construção da análise dimensional da TRS	60
4.4 Proposta de uma alteração na condição de contorno da TRS	64
4.5 Discussão	67
5 Conclusões e Recomendações	73

Referências Bibliográficas**75**

Lista de Figuras

3.1	Localização da torre metereológica no município de Missal (figura retirada de Armani [2014])	30
3.2	Imagens dos sensores rápidos (figura retirada de Armani [2014])	31
3.3	Imagens da torre com a direção do vento excluída por causa da vegetação (figura retirada de Armani [2014])	31
3.4	Imagens dos sensores lentos (figura retirada de Armani [2014])	31
3.5	Erro Médio Absoluto contra parâmetro de Charnock	34
3.6	Velocidades de atrito (medida contra modelada) utilizando o parâmetro de Charnock calibrado para os dados de Itaipu.	35
3.7	LE vs LE com $C_d = 1/7$	39
3.8	LE vs LE com $C_d = 1/20$	39
3.9	LE vs LE com $C_d = 0.6C_d^{1/2}$	40
3.10	LE vs LE com $k_{0E} = 0.0176$	40
3.11	Escala de tempo $t_c = \nu_\tau / u_*^2$ como função da velocidade do vento U_r	42
3.12	Escala de tempo $t_k = t_c^{1/2} \kappa^{1/2} (z_0 / u_*)^{1/2}$ como função da velocidade do vento U_r	43
3.13	Escalas de tempo interfaciais t_c (círculos) e t_k (quadrados) como função de u_*	44
3.14	Número adimensional C_d como função de u_*	44
3.15	LE vs LE com k_{0E} de (3.37) e (3.38)	47
3.16	LE vs LE com k_{0E} de (3.47) e (3.48)	47
4.1	Taxa de renovação média obtida na literatura (círculos); lei de potência 4.31 com $a = 1$ e $k = 0$ (linha cheia), $a = 1$ e $k = 0.5$ (linha pontilhada fraca), $a = 1$ e $k = 0.7$ (linha pontilhada fraca)	58
4.2	Tempo médio de contato da água \bar{t}_w como função da velocidade de atrito no ar u_{*a} obtidos em Veron et.al [2011] (quadrados); curva da expressão 4.41 com $G = 113.871$ (linha preta)	63

4.3	Taxa de renovação média obtida na literatura (círculos); taxa de renovação da distribuição HA (linha vermelha), taxa de renovação da distribuição log-normal (linha preta)	68
4.4	Distribuição de idades HA para $Re_0 = 2$ (preto); $Re_0 = 10$ (vermelho); $Re_0 = 20$ (verde).	71
4.5	Distribuição de idades HA para $Re_0 = 30$ (preto); $Re_0 = 40$ (vermelho); $Re_0 = 50$ (verde).	72

Notação

Símbolo	Descrição	Unidades
$\bar{\rho}$	Densidade média do meio	M L^{-3}
ν_{τ}	Viscosidade cinemática	$\text{L}^2 \text{T}^{-1}$
ν_F	Coefficiente de difusão molecular de um gás c	$\text{L}^2 \text{T}^{-1}$
ν_E	Coefficiente de difusão molecular de vapor de água	$\text{L}^2 \text{T}^{-1}$
ν_H	Coefficiente de difusão térmico	$\text{L}^2 \text{T}^{-1}$
g	Aceleração da gravidade	L T^{-2}
c_p	Calor específico a pressão constante	$\text{J M}^{-1} \text{K}^{-1}$
H	Fluxo horizontal de calor sensível	W L^{-2}
LE	Fluxo horizontal de calor latente	W L^{-2}
τ	Fluxo horizontal de <i>momentum</i>	N L^{-2}
z_0	Comprimento de rugosidade associado ao fluxo de <i>momentum</i>	L
z_{0H}	Comprimento de rugosidade associado ao fluxo de calor sensível	L
z_{0E}	Comprimento de rugosidade associado ao fluxo de calor latente	L
$A(\tau)$	Distribuição de idades na atmosfera	T^{-1}
$W(\tau)$	Distribuição de idades na água	T^{-1}
$\ A\ _q$	Momento de ordem q da distribuição de idades na atmosfera	T^q
$\ W\ _q$	Momento de ordem q da distribuição de idades na água	T^q

Capítulo 1

Introdução

A utilização do conceito de probabilidade na física remonta aos trabalhos de Daniel Bernoulli no século XVIII. Segundo Brush (1965), no livro intitulado *Hydrodinamica* (publicado em 1735) Bernoulli apresentou os primeiros resultados sobre a hidrodinâmica e apresentou também a teoria cinética dos gases. O modelo de Bernoulli tentava explicar a pressão dos gases como colisões de uma grande quantidade de pequenas esferas se chocando aleatoriamente. Essa concepção foi expandida pelos físicos Rudolf Clausius e James Maxwell na metade do século XIX.

No trabalho de Maxwell os conceitos de probabilidade foram se tornando mais claros, conceitos estes que influenciaram Ludwig Boltzmann a criar um ramo novo da física chamado mecânica estatística. A mecânica estatística visa explicar as relações macroscópicas deduzidas na termodinâmica clássica através de descrições da dinâmica microscópica auxiliadas por conceitos probabilísticos.

Em hidrodinâmica o conceito de probabilidade foi utilizado por Reynolds (1895). A sua abordagem para o tema (decomposição de Reynolds) consiste em separar alguma grandeza G de um escoamento turbulento em uma média (\overline{G}) e uma flutuação de média zero G' ($G = \overline{G} + G'$). Como um exemplo da utilidade dessa abordagem podemos citar o método de covariâncias turbulentas (MCT). O MCT consiste em utilizar a decomposição de Reynolds nas equações de conservação (de massa, quantidade de movimento, ou energia) e deduzir expressões para os fluxos superficiais de massa de escalares, quantidade de movimento, ou de energia através de um balanço integral perto da superfície.

Também no estudo de escoamentos turbulentos existe outra abordagem que visa utilizar ou deduzir explicitamente propriedades das densidades de probabilidade de grandezas presentes em um escoamento. Essa linha de estudo foi se desenvolvendo à medida em que a teoria da probabilidade ia assumindo sua forma moderna devido ao trabalho de Kolmogorov [1933].

Uma aplicação direta dessa abordagem probabilística é a teoria da renovação superficial (TRS). Ela foi apresentada no trabalho de Danckwerts (1951), que lidava com um problema de transporte de escalares (fluxo de massa de um gás). O conceito central da

TRS é uma função chamada de distribuição de idades (denotada por $A(\eta)$ para atmosfera e $W(\eta)$ para a água), que é a densidade de probabilidade do tempo de contato (“idade”) dos elementos de fluido com a interface. Esse tipo de distribuição é importante pois, se ela está bem definida para uma certa superfície, podemos obter informações úteis (médias amostrais) de fenômenos que são função do tempo de contato. A introdução do conceito de distribuição de idades gerou um arcabouço teórico amplamente estudado na engenharia química e na micrometeorologia, entre outras áreas de conhecimento.

Em micrometeorologia, a teoria da renovação superficial foi utilizada para parametrizar os processos de transferência na parte inferior das camadas limites (sub-camada interfacial). Isso foi feito em uma série de artigos de Wilfred Brutsaert (Brutsaert, 1965, 1975b,a). O resultado principal dessa série de artigos é a possibilidade de utilização conjunta da Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov (TSMO) para escoamentos turbulentos na camada superficial da atmosfera (Monin e Obukhov, 1954), e da TRS como uma ferramenta auxiliar para a parametrização dos fluxos turbulentos superficiais de grandezas escalares. Isso possibilitou a obtenção de sistemas de equações fechados que podem ser usados para cálculos de fluxos superficiais, esse empreendimento é chamado de Método Fluxo-Gradiente (MFG). Essa abordagem utilizando a TSMO inspirou uma série de trabalhos experimentais e teóricos que visavam parametrizar fluxos superficiais em interfaces oceano-atmosfera. Dentre outros trabalhos nessa linha podemos citar Bradley et al. (1991a), Bradley et al. (1991b), Chang e Grossman (1999) e Bradley et al. (2000).

Paralelamente ao desenvolvimento do método fluxo-gradiente para a atmosfera, os conceitos da TRS foram utilizados extensivamente na parte líquida da interface para parametrizar o fenômeno chamado “película fria”. A película fria é o subitâneo gradiente de temperatura que acontece nos primeiros milímetros do oceano. Esse tipo de abordagem foi proposto originalmente por Liu e Businger (1975) e posteriormente foi estendido nos trabalhos de Soloviev e Schlüssel (1994, 1996) e Schlüssel et al. (1997).

A popularidade da TRS para descrever processos de transferência na água fez surgir o interesse em determinar experimentalmente a forma da distribuição de idades. Até a presente data, algumas metodologias foram propostas para inferir características hidrodinâmicas e estatísticas da interface. Entretanto, a abordagem experimental associada ao tema ainda se encontra em seus primeiros passos e uma descrição completa da distribuição de idades ainda não foi obtida.

O presente texto apresenta dois temas associados à sub-camada interfacial nos capítulos 3 e 4, respectivamente. O capítulo 2 descreve os resultados teóricos clássicos que serão base das discussões dos capítulos posteriores. No capítulo 3 será apresentada uma versão não mecânica (utilizando análise dimensional pura) do MFG proposto por Brutsaert para a atmosfera. As expressões deduzidas serão então calibradas com os dados obtidos em uma campanha no Lago de Itaipu. A segunda parte do trabalho (capítulo 4) lida com a parte

líquida da interface e apresenta uma integração da teoria de renovação superficial com outras teorias sobre a sub-camada interfacial e também com os resultados experimentais atuais. O capítulo 5 contém as conclusões e recomendações deste trabalho.

Capítulo 2

Revisão de resultados teóricos

Neste capítulo uma breve revisão de alguns resultados teóricos relevantes será apresentada. A primeira seção apresenta alguns resultados da teoria de similaridade de Monin-Obukhov. A segunda seção trata da teoria de renovação superficial. A terceira seção trata brevemente de alguns conceitos da teoria da integração.

2.1 Teoria de similaridade de Monin-Obukhov

Nesta seção será feita uma apresentação da teoria de similaridade de Monin-Obukhov. O objetivo principal desta apresentação da teoria é discutir como prever fluxos verticais de quantidade de movimento e escalares através de medições de grandezas médias do escoamento como a velocidade média do vento \bar{u} , temperatura média do ar \bar{T}_a , etc.. No final desta seção, a discussão de como parametrizar fluxos superficiais na camada limite da atmosfera vai levar à necessidade de definir as grandezas z_0 , k_{H0} e k_{E0} , onde z_0 é chamado de comprimento de rugosidade para quantidade de movimento, k_{0H} é chamado número de Stanton interfacial e k_{0E} é o número de Dalton interfacial.

Na camada-limite superficial atmosférica os fluxos superficiais verticais não variam com a altura. Sendo assim, a TSMO argumenta que na camada-superficial as características do escoamento atmosférico podem ser postas como funções de variáveis adimensionais construídas com escalas turbulentas associadas aos fluxos superficiais. Em particular, para o fluxo de massa de gás F nós temos as escalas turbulentas

$$c_* = \frac{F}{\bar{\rho} u_*}, \quad (2.1)$$

$$u_* = \left(\frac{\tau}{\bar{\rho}} \right)^{1/2}, \quad (2.2)$$

onde τ é o fluxo vertical de quantidade de movimento e $\bar{\rho}$ é a densidade média do ar. A grandeza u_* é chamada de velocidade de atrito.

A variável de Obukhov (adimensional) ζ é definida como

$$\zeta = -\frac{\kappa g z_r \theta_{v*}}{\bar{\theta}_v u_*^2} \quad (2.3)$$

com $\theta_{v*} = (H_v / \rho u_*)$, onde H_v é o fluxo superficial de calor virtual potencial e $\bar{\theta}_v$ é a temperatura potencial virtual média referente à altura z_r e g é a aceleração da gravidade. A variável de estabilidade é uma medida aproximada da razão entre a produção de energia cinética turbulenta gerada por empuxo e por atrito. A atmosfera é instável quando $\zeta < 0$ (o termo do empuxo contribui para gerar turbulência) e é estável quando $\zeta > 0$ (onde o empuxo contribui para a redução da turbulência).

Para relacionar ζ com os fluxos superficiais é razoável propor relações do tipo

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \phi_\tau(\zeta) \quad (2.4)$$

$$\frac{\kappa z}{c_*} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \phi_F(\zeta) \quad (2.5)$$

As grandezas \bar{u} e \bar{c} representam a média de Reynolds, mencionada na introdução, da velocidade do vento e da concentração de gás na atmosfera, e as funções ϕ devem ser obtidas experimentalmente. De (2.4) podemos notar que

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{\kappa \zeta}{u_*} \frac{d\bar{u}}{d\zeta} = \phi_\tau(\zeta) \quad (2.6)$$

A integração da expressão acima nos fornece

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\phi_\tau(x)}{x} dx = \kappa \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{u_*} \quad (2.7)$$

A primitiva Φ_τ é definida como

$$\Phi_\tau = \int \frac{\phi_\tau(x)}{x} dx; \quad (2.8)$$

a partir de (2.8) e (2.6) obtemos

$$u_* = \kappa \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{\Phi_\tau(\zeta_2) - \Phi_\tau(\zeta_1)}. \quad (2.9)$$

De maneira análoga para a escala turbulenta do gás nós temos

$$c_* = \kappa \frac{\bar{c}_1 - \bar{c}_2}{\Phi_F(\zeta_2) - \Phi_F(\zeta_1)}. \quad (2.10)$$

Para evitar singularidades nos denominadores de Φ_τ para pequenos valores de ζ , é comum utilizar funções Ψ que definem os desvios de \bar{u} , \bar{q} , $\bar{\theta}$ e \bar{c} em relação aos perfis logarítmicos devido à estabilidade $\zeta \neq 0$.

$$\Psi \equiv \int \frac{1 - \phi}{\zeta} d\zeta = \ln |\zeta| - \Phi(\zeta). \quad (2.11)$$

Substituindo (2.11) em (2.9)–(2.10) nós temos

$$u_* = \kappa \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{\ln \frac{\zeta_2}{\zeta_1} - [\Psi_\tau(\zeta_2) - \Psi_\tau(\zeta_1)]}, \quad (2.12)$$

$$c_* = \kappa \frac{\bar{c}_1 - \bar{c}_2}{\ln \frac{\zeta_2}{\zeta_1} - [\Psi_F(\zeta_2) - \Psi_F(\zeta_1)]}. \quad (2.13)$$

O raciocínio apresentado até aqui pode ser aplicado a qualquer escalar presente na atmosfera. Então por analogia vamos definir expressões para outras escalas de interesse prático $\theta_* = H/\bar{\rho}u_*c_p$ e $q_* = E/\bar{\rho}u_*$, com H sendo o fluxo vertical de calor sensível e E sendo o fluxo vertical de massa de vapor de água:

$$q_* = \kappa \frac{\bar{q}_1 - \bar{q}_2}{\ln \frac{\zeta_2}{\zeta_1} - [\Psi_E(\zeta_2) - \Psi_E(\zeta_1)]}; \quad (2.14)$$

$$\theta_* = \kappa \frac{\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2}{\ln \frac{\zeta_2}{\zeta_1} - [\Psi_H(\zeta_2) - \Psi_H(\zeta_1)]}. \quad (2.15)$$

A função de similaridade integral para quantidade de movimento Ψ_τ utilizada neste trabalho é a de Businger-Dyer, que para condições estáveis ($\zeta > 0$) é

$$\Psi_\tau = -5\zeta. \quad (2.16)$$

Para condições instáveis ($\zeta < 0$),

$$\Psi_\tau = \ln \frac{b^2 + 1}{2} + 2 \ln \frac{b + 1}{2} + 2 \arctan b + \frac{\pi}{2}; \quad b = (1 - 16\zeta)^{1/4}. \quad (2.17)$$

Em condições estáveis, a função de similaridade integral para os escalares $\Psi_{H,E}$ é dada pela mesma expressão (2.16). Para o caso instável

$$\Psi_H = \Psi_E = \Psi_F = 2 \ln \frac{b^2 + 1}{2}. \quad (2.18)$$

Do ponto de vista prático é interessante que uma das alturas de medição seja imedia-

tamente acima da superfície ($z = 0$). Vamos usar a seguinte notação para essas grandezas médias: $\bar{u}_0 = 0$, \bar{q}_0 , $\bar{\theta}_0$ e \bar{c}_0 . Não é possível considerar $z = 0$ nas equações da TSMO, pois essas expressões deixam de valer muito perto da superfície. Uma maneira de contornar essa situação é supor que as grandezas superficiais ocorrem em uma altura finita, chamada de comprimento de rugosidade ($z_0, z_{0H}, z_{0E}, z_{0F}$). As expressões para as escalas turbulentas assumem a forma

$$u_* = \kappa \frac{\bar{u}_r}{\ln \frac{z_r}{z_0} - [\Psi_\tau(\zeta_r)]}, \quad (2.19)$$

$$q_* = \kappa \frac{\bar{q}_0 - \bar{q}_r}{\ln \frac{z_r}{z_{0E}} - \Psi_E(\zeta_r)}, \quad (2.20)$$

$$\theta_* = \kappa \frac{\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}_r}{\ln \frac{z_r}{z_{0H}} - \Psi_H(\zeta_r)}, \quad (2.21)$$

$$c_* = \kappa \frac{\bar{c}_0 - \bar{c}_r}{\ln \frac{z_r}{z_{0F}} - \Psi_F(\zeta_r)}. \quad (2.22)$$

Até aqui a aplicabilidade da teoria depende de uma boa parametrização para os comprimentos de rugosidade. Ao contrário de superfícies sólidas, a rugosidade de interfaces água-atmosfera deve ser descrita como função de variáveis externas que influenciam o estado da superfície. Com relação ao comprimento z_0 , a parametrização clássica para a rugosidade de quantidade de movimento sobre a água é a expressão de Charnock (Charnock, 1955a)

$$z_0 = \alpha \frac{u_*^2}{g}. \quad (2.23)$$

Na expressão acima g é a aceleração da gravidade e α é denominado parâmetro de Charnock. Os comprimentos de rugosidade para o calor sensível e vapor de água são comumente postos como função de z_0 e u_* . Uma maneira de construir essas funções é introduzir o conceito de sub-camada interfacial, que é a região imediatamente acima da superfície na qual o transporte de matéria e energia é influenciado por difusão molecular. Os coeficientes de transferência interfacial k_{E0} e k_{H0} foram apresentados no trabalho de Brutsaert (1975a) com os nomes de número de Dalton interfacial e número de Stanton interfacial, definidos como

$$k_{E0} = E / \bar{\rho} u_* (\bar{q}_0 - \bar{q}_h) \quad (2.24)$$

e

$$k_{H0} = H / \bar{\rho} u_* c_p (\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}_h). \quad (2.25)$$

As grandezas \bar{q}_h e $\bar{\theta}_h$ são a concentração mássica de vapor de água (*i.e.*, a umidade

específica) e temperatura potencial referentes à altura aonde começa a valer a TSMO.

As parametrizações para os comprimentos de rugosidade z_{0E} e z_{0H} foram apresentadas em Brutsaert [1975b]. A seguir é apresentada a dedução dessas expressões.

A dedução da expressão para z_{0E} começa com a relação

$$\bar{q}_r - \bar{q}_0 = \bar{q}_r - \bar{q}_h + \bar{q}_h - \bar{q}_0. \quad (2.26)$$

Dividindo a expressão acima por q_* nós temos

$$\frac{\bar{q}_r - \bar{q}_0}{q_*} = \frac{\bar{q}_r - \bar{q}_h}{q_*} + \frac{\bar{q}_h - \bar{q}_0}{q_*}. \quad (2.27)$$

Utilizando os conceitos da TSMO podemos colocar o lado esquerdo da expressão acima como

$$\frac{\bar{q}_r - \bar{q}_0}{q_*} = \kappa^{-1} \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_{0E}} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Também das equações 2.19–2.22 é possível obter

$$\frac{\bar{q}_r - \bar{q}_h}{q_*} = \kappa^{-1} \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{l_h} \right) \right]. \quad (2.29)$$

Onde l_h é o topo da sub-camada interfacial. Da definição de k_{0E} nós temos

$$\frac{\bar{q}_h - \bar{q}_0}{q_*} = -E(k_{0E} \rho u_* q_*)^{-1}. \quad (2.30)$$

Como $E = \rho u_* q_*$ então

$$\frac{\bar{q}_h - \bar{q}_0}{q_*} = -k_{0E}^{-1}. \quad (2.31)$$

Com todas essas considerações a expressão (2.27) fica

$$\kappa^{-1} \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_{0E}} \right) \right] = \kappa^{-1} \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{l_h} \right) \right] - k_{0E}^{-1}. \quad (2.32)$$

O último passo é fazer aparecer a grandeza z_0 no lado esquerdo da expressão anterior, por meio da identidade

$$\ln \left(\frac{z_r}{l_h} \right) = \ln z_r - \ln l_h + (\ln z_0 - \ln z_0) = (\ln z_r - \ln z_0) + (\ln z_0 - \ln l_h). \quad (2.33)$$

Com isso nós temos

$$\left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_{0E}} \right) \right] = \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_0} \right) + \ln \left(\frac{l_h}{z_0} \right) \right] - \kappa k_{0E}^{-1}.$$

Finalmente vamos definir o último termo dentro do colchete na expressão anterior. Fazendo $z_r = l_h$ na equação (2.19) obtém-se

$$\frac{u_h}{u_*} = \kappa^{-1} \left[\ln \left(\frac{l_h}{z_0} \right) - \Psi_\tau(\zeta_h) \right]. \quad (2.34)$$

No topo da camada superficial podemos considerar $\zeta_h \approx 0$; com isso, podemos fazer a aproximação $\Psi_\tau(\zeta_h) = 0$. Com essa aproximação a expressão anterior fica:

$$\frac{u_h}{u_*} \kappa = \ln \left(\frac{l_h}{z_0} \right). \quad (2.35)$$

A relação entre z_0 e z_{0E} fica dada por

$$\left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_{0E}} \right) \right] = \left[\Psi_E(\zeta_r) - \ln \left(\frac{z_r}{z_0} \right) + \frac{u_h}{u_*} \kappa \right] - \kappa k_{0E}^{-1}.$$

Resolvendo a expressão acima para z_{0E} ,

$$z_{0E} = z_0 \exp \left[-\kappa \left(k_{E0}^{-1} - C d_{r0}^{-1/2} \right) \right]; \quad (2.36)$$

analogamente para z_{0H} nós temos

$$z_{0H} = z_0 \exp \left[-\kappa \left(k_{H0}^{-1} - C d_{r0}^{-1/2} \right) \right]. \quad (2.37)$$

Nas expressões acima $C d_{r0}^{-1/2} = u_h/u_*$. Até o momento as grandezas indeterminadas são k_{0H} e k_{0E} . A próxima seção trata da teoria de renovação superficial. Essa teoria consiste em uma descrição dos processos de transferência (determinação de k_{0H} e k_{0E}) na sub-camada interfacial através de conceitos probabilísticos.

2.2 Teoria da renovação superficial

A teoria da renovação superficial foi apresentada nos artigos de Danckwerts (1951, 1970). O autor apresentou um modelo para quantificar o fluxo de massa F de um gás através da interface líquida. Seu modelo considera que a parte inferior da sub-camada interfacial é

constituída de elementos de fluido que transportam massa e energia somente através de difusão molecular. Esses elementos de fluido são continuamente renovados através de um processo aleatório. O fluxo de massa total será a contribuição do fluxo individual dos elementos de fluido de diferentes tempos de contato com a sub-camada.

A teoria de renovação superficial teve influência do artigo de Higbie (1935). Nesse trabalho o autor apresentou um modelo de transferência baseado em um processo de difusão transiente (mesma equação da TRS), porém no trabalho de Danckwerts apareceram novos conceitos (distribuição de idades).

Na TRS o fluxo instantâneo que um elemento de fluido apresenta quando chega na sub-camada é dado pela lei de Fick

$$j(\tau) = \bar{\rho} v_F \frac{\partial \bar{c}(z=0, \tau)}{\partial z}. \quad (2.38)$$

Na expressão acima \bar{c} é a concentração mássica de gás do elemento de fluido e v_F é o coeficiente de difusividade molecular. O trabalho original de Danckwerts considerou que na interface o transporte só ocorre por difusão molecular. Considerando o caso puramente difusivo nós temos que \bar{c} deve satisfazer a equação $L_D(\bar{c}) = 0$, onde $L_D = \partial/\partial t - v_F \partial^2/\partial z^2$ é o operador difusivo. Com isso a concentração do gás deve satisfazer o problema

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = v_F \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2}; \quad (2.39)$$

$$\bar{c}(0, t) = \bar{c}_0; \quad (2.40)$$

$$\bar{c}(z, 0) = \bar{c}_b; \quad (2.41)$$

$$\bar{c}(\infty, t) = \bar{c}_b. \quad (2.42)$$

A grandeza \bar{c}_b é a concentração do gás na região plenamente turbulenta (longe da interface) e \bar{c}_0 é a concentração do gás imediatamente acima da interface água-ar.

Para resolver o problema acima vamos usar uma transformação de similaridade. Essa técnica consiste em determinar uma função que transforma a Equação Diferencial Parcial (EDP) em duas Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs).

Vamos procurar uma solução com a forma

$$\bar{c}(z, t) = F(\lambda), \quad (2.43)$$

com $\lambda = \lambda(z, t)$ sendo uma função que transformará a EDP (2.39) em uma equação dife-

rencial ordinária em $F(\lambda)$.

A maneira mais simples para determinar λ é utilizar a técnica de separação de variáveis e considerar

$$\lambda(z, t) = H(t)G(z). \quad (2.44)$$

Substituindo (2.44) e (2.43) em (2.39) nós temos

$$\frac{dF}{d\lambda} \frac{dH}{dt} G - \nu_F \left(\frac{d^2 F}{d\lambda^2} H^2 \left(\frac{dG}{dz} \right)^2 + \frac{dF}{d\lambda} H \frac{d^2 G}{dz^2} \right) = 0. \quad (2.45)$$

A forma mais simples para λ é considerar que uma das funções H ou G é linear. Fazendo $G(z) = z$ a expressão acima fica com a forma

$$\frac{d^2 F}{d\lambda^2} - \frac{dF}{d\lambda} \frac{dH}{dt} \frac{z}{\nu_F H^2} = 0. \quad (2.46)$$

Com isso nós vamos considerar

$$\frac{dH}{dt} \frac{z}{\nu_F H^2} = f(\lambda). \quad (2.47)$$

A EDO fica com a forma

$$\frac{d^2 F}{d\lambda^2} - f(\lambda) \frac{dF}{d\lambda} = 0. \quad (2.48)$$

Como o lado esquerdo da expressão (2.47) apresenta z então devemos escolher $f(\lambda) = a\lambda$; com a sendo uma constante arbitrária. Com isso, a função H deve satisfazer a equação

$$\frac{dH}{dt} \frac{1}{\nu_F H^2} = aH. \quad (2.49)$$

Analisando o comportamento das soluções de (2.48) (para resolver a EDO para $H(t)$ recorreremos ao método de Bernoulli para EDOs não lineares) para diferentes valores de a nós temos que para a solução só ter parte real devemos considerar $a < 0$. Colocando $a = -2$ a solução fica

$$H = \frac{1}{2\sqrt{\nu_F t}}. \quad (2.50)$$

Resolvendo a equação (2.48) a concentração \bar{c} fica

$$\bar{c} = \pi^{1/2} c_1 \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{\nu_F t}} \right) + c_2. \quad (2.51)$$

A condição de contorno na superfície é

$$\bar{c}(0, t) = c_2 = \bar{c}_0. \quad (2.52)$$

Com a condição inicial e de contorno no infinito fica posta a condição

$$\pi^{1/2}c_1 + \bar{c}_0 = \bar{c}_b. \quad (2.53)$$

Isso implica que

$$c_1 = \frac{\bar{c}_b - \bar{c}_0}{\pi^{1/2}}. \quad (2.54)$$

Finalmente a solução fica determinada por

$$\bar{c} = (\bar{c}_b - \bar{c}_0) \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{v_F t}} \right) + \bar{c}_0. \quad (2.55)$$

Com a expressão acima podemos usar a lei de Fick para determinar o fluxo instantâneo de massa de gás através da interface:

$$j_d(t) = \bar{\rho} v_F \frac{\partial \bar{c}(z=0, t)}{\partial z} = \bar{\rho} (v_F/\pi)^{1/2} t^{-1/2} \Delta \bar{c}_0, \quad (2.56)$$

onde $\Delta \bar{c}_0 = \bar{c}_b - \bar{c}_0$.

A expressão acima representa o fluxo instantâneo de massa de gás de um elemento de fluido com idade t . O fluxo de massa F através da interface é a contribuição do fluxo individual de todos os elementos de fluido de uma dada área A_T , ou seja

$$F = \int_{A_T} \bar{\rho} v_F \frac{\partial \bar{c}(x, y, z=0, t)}{\partial z} dx dy. \quad (2.57)$$

Substituindo a expressão (2.56) na expressão acima nós temos

$$F = \int_{A_T} \bar{\rho} (v_F/\pi)^{1/2} \Delta \bar{c}_0 t(x, y)^{-1/2} dx dy. \quad (2.58)$$

Na expressão anterior A_T é uma área unitária localizada na parte inferior da sub-camada interfacial. No capítulo 4 a TRS será descrita com uma maior formalização.

A próxima seção tem o objetivo de apresentar uma identidade da teoria da integração que nos é útil para o desenvolvimento da teoria de renovação superficial.

2.3 Conceitos da teoria da integração

No final da seção anterior o fluxo superficial de massa através de uma dada área A_T é estimado pela integral

$$F = \int_{A_T} \bar{\rho} (v_F/\pi)^{1/2} \Delta \bar{c}_0 t(x, y)^{-1/2} dx dy. \quad (2.59)$$

O próximo passo para o desenvolvimento da teoria é determinar como representar a integral anterior através de conceitos úteis do ponto de vista prático. Uma maneira de fazer isso é supor que os tempos de contato da interface são uma variável aleatória. Com essa consideração, a integral anterior é substituída por uma integração auxiliada pela distribuição de probabilidade de $t(x, y)$.

Na teoria da integração existe um resultado chamado de mudança de variável para integrações de funções de variáveis aleatórias. Esse teorema pode ser visto no livro de Rosenthal (2006) (teorema 6.1.1). Nesta seção vamos apresentar de uma maneira informal os conceitos por trás do resultado citado anteriormente e esclarecer os conceitos por trás da seguinte relação

$$\int_{A_T} j_d(t(x, y)) dx dy = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} j_d(\eta) A_t(\eta) d\eta. \quad (2.60)$$

Na expressão anterior $A_t(x)$ é uma função contínua chamada de densidade da distribuição de $t(x, y)$ em A_T e $j_d(x)$ é alguma função real positivo definida. Essa representação de uma integral em duas dimensões através de uma integral univariada é a base da análise dimensional que será realizada no próximo capítulo.

A discussão apresentada a seguir lida com funções definidas no \mathbb{R}^n . Seja $A_T \subset \mathbb{R}^n$ um conjunto aonde está definida uma função contínua $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$.

Uma partição $P = \{I_1, I_2, \dots\}$, I_i é um conjunto de subconjuntos disjuntos de A_T tais que

$$A_T = \bigcup_{i=1}^{\infty} I_i. \quad (2.61)$$

Dada alguma partição P do conjunto A_T a soma de Riemann da função $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ associada à partição P é dada por

$$S_R(f, P) = \sum_{i=1}^{\#P} f(x_i) \mu(I_i), \quad x_i \in I_i. \quad (2.62)$$

Na expressão acima $\#P$ representa o número de elementos da partição e $\mu(I_i)$ é a medida do volume do conjunto I_i . Uma função é dita integrável no sentido de Riemann se a soma anterior converge para o mesmo valor independentemente da escolha das partições e valores de x_i escolhidos em cada intervalo.

O processo de determinar partições cada vez mais refinadas pode ser visto como a criação de uma sequência de partições com intervalos cada vez menores (tendendo a zero). Partindo de uma dada partição P_0 finita de A_T vamos construir uma sequência $\{P_r\} = \{P_0, P_1, \dots\}$ de partições tais que, dadas duas partições P_a e P_b dessa sequência nós temos que se $a > b$ então $\inf\{\mu(I), I \in P_b\} > \sup\{\mu(I), I \in P_a\}$ (o maior intervalo de P_a é

menor que o menor intervalo de P_b). A integral de Riemann é o limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\#P_n} f(x_i) \mu(I_i) \quad (2.63)$$

Dessa definição de integração nós temos que se uma função é integrável então existe um número (denotado por $\int_{A_T} f d\mu$) tal que, para todo $\epsilon > 0$ existe um número $n \in \mathbb{N}$, tal que $m > n \rightarrow |S_p(f, P_m) - \int_{A_T} f d\mu| < \epsilon$, para toda sequência de partições do tipo $\{P_r\}$.

Vamos mostrar agora um processo de integração mais geral que o descrito anteriormente. Ele é baseada na lógica de integração de Lebesgue (as partições são consideradas na imagem da função). Considerando $f(x)$ uma função positiva definida, contínua e limitada em $A_T \subset \mathbb{R}^n$, a sua imagem será o intervalo $(f_{\min}, f_{\max}) \subset \mathbb{R}_+$ com $f_{\min} = \inf\{f(x), x \in A_T\}$ e $f_{\max} = \sup\{f(x), x \in A_T\}$. No intervalo (f_{\min}, f_{\max}) vamos definir uma partição $P_0 = \{I_1, I_2, \dots\}$ tal que

$$(f_{\min}, f_{\max}) = \bigcup_{i=1}^{\infty} I_i. \quad (2.64)$$

Para cada intervalo I_i nós temos definido o conjunto $B_{I_i} = \{x \in A_T, \text{ tal que } f(x) \in I_i\}$. O conjunto B_{I_i} representa todos os pontos x de A_T com valor de $f(x)$ no intervalo I_i .

Para uma partição P_0 vamos definir a soma de Lebesgue como

$$S_L(f, P_0) = \sum_{i=1}^{\#P_0} \mu(B_{I_i}) t_i, \quad t_i \in I_i. \quad (2.65)$$

Aqui estamos usando implicitamente o fato de $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ser contínua e consequentemente mensurável. Com relação à integrabilidade, uma função é integrável se o limite de somas do tipo S_L está bem definido. Ou seja, toda soma integral semelhante a expressão anterior converge para o mesmo valor independentemente da sequência de partições (da imagem da função) e $t_i \in I_i$ escolhidos em cada intervalo.

Para funções contínuas (e contínuas por partes) e limitadas, os limites das somas S_R e S_L fornecem o mesmo resultado. Com isso, podemos escrever

$$\int_{A_T} f(x_1, x_2, \dots, x_n) d\mu = \lim_{(n \rightarrow \infty)} S_L(f, P_n). \quad (2.66)$$

A expressão acima indica que existem duas maneiras de calcular a integral de uma função em um volume. O procedimento de Lebesgue parece menos intuitivo, mas a aparente complexidade esconde a oportunidade de visualizar a identidade integral apresentada no começo do capítulo.

Começamos com a construção de uma função contínua em (f_{\min}, f_{\max}) que serve para

realizar o cálculo das grandezas $\mu(B_{I_i})$ utilizadas na soma (2.65). Essa função normalmente é apresentada dentro da teoria da probabilidade com um enfoque mais abstrato.

Seja $\{P_r\} = (P_0, P_1, \dots)$ uma sequência de partições do intervalo $\mathcal{B}(f_{\min}, f_{\max})$ cada vez mais refinadas. Para essas partições vamos construir a função contínua por partes $D_n(t)$

$$D_n(t) = \sum_{i=1}^{\#P_n} \mu(I_i) H(t - \tau_i). \quad (2.67)$$

Na expressão acima τ_i é um valor $f(x_i)$, $x_i \in I_i$, $H(x)$ é a função de Heaviside e $\#P_n$ representa o número de elementos da n -ésima partição. Essa função tem o comportamento de uma escada com $\#P_n$ degrais. Quando fazemos o número de degrais tender ao infinito essa escada vira uma função contínua que será a distribuição da função no volume. A distribuição de $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ em $A_T \subset \mathbb{R}^n$ é o limite

$$D_f(t) = \lim_{(n \rightarrow \infty)} \sum_{i=1}^{\#P_n} \mu(I_i) H(t - \tau_i), \quad P_n \in \{P_r\}. \quad (2.68)$$

Essa função descreve o volume D_f do volume total A_T que está sendo ocupado por pontos $x \in A_T$ cuja imagem $f(x)$ está no intervalo $(0, t)$.

Da definição da distribuição nós temos que $D_f(t_b) - D_f(t_a)$ representa o volume de A_T cuja imagem $f(x)$ está no intervalo (t_a, t_b) . A derivada da distribuição de f em A_T é chamada de densidade de $D_f(t)$ e é simbolizada por

$$\frac{dD_f(t)}{dt} = \mu_f(t). \quad (2.69)$$

Da expressão acima podemos colocar (aplicação do teorema fundamental do cálculo)

$$\mu(B_{I_i}) = \int_{I_i} \mu_f(x) dx. \quad (2.70)$$

Com isso a soma S_L fica

$$S_L(f, P_n) = \sum_{i=1}^{\#P_n} t_i \int_{I_i} \mu_f(x) dx, \quad t_i \in I_i. \quad (2.71)$$

Para valores de $n \gg 1$ as partições terão um grande número de elementos, e esses elementos tem uma medida de volume pequena com relação a medida do volume total A_T . Sendo assim, vamos considerar a aproximação

$$\int_{I_i} \mu_f(x) dx \approx \mu_f(x_i) \mu(I_i) \quad x_i \in I_i. \quad (2.72)$$

Com isso esperamos que a soma S_L para uma partição refinada o suficiente pode ser posta como

$$S_L(f, P_n) = \sum_{i=1}^{\#P_n} t_i \mu_f(x_i) \mu(I_i), \quad t_i, x_i \in I_i. \quad (2.73)$$

A expressão acima converge para a soma de Riemann da função $x\mu_f(x)$ no intervalo (f_{\min}, f_{\max}) . Da definição da integral de Riemann nós temos

$$\lim_{(n \rightarrow \infty)} S_L(f, P_n) = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} t \mu_f(t) dt. \quad (2.74)$$

Finalmente a integração auxiliada pela distribuição de $f(x)$ é dada por

$$\int_{A_T} f(x_1, x_2, \dots, x_n) d\mu = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} t \mu_f(t) dt. \quad (2.75)$$

Historicamente quando $\mu(A_T) = 1$, o lado direito da expressão acima é chamado de integral de f (valor esperado de f em A_T) no seu espaço de probabilidade.

O mesmo tipo de argumentação pode ser aplicado para integrações de funções de $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Dada alguma função real positivo definida $g(x)$, também vale a seguinte relação

$$\int_{A_T} g(f(x_1, x_2, \dots, x_n)) d\mu = \int_{g(f)_{\min}}^{g(f)_{\max}} g(t) \mu_f(t) dt. \quad (2.76)$$

No capítulo 4 essa noção de integração em espaços de probabilidade será aplicada no âmbito dos fenômenos de transporte.

Capítulo 3

Proposta de novas parametrizações para a sub-camada interfacial da atmosfera

O objetivo principal deste capítulo é criar relações entre grandezas adimensionais e explorar essas relações para a aplicação no método fluxo-gradiente. Com isso, serão determinadas relações globais (macroscópicas) entre o fluxo de massa e energia na sub-camada interfacial e grandezas possíveis de serem mensuradas em campo. Esse empreendimento pode ser posto em analogia com a determinação das relações empíricas da termodinâmica clássica. Na atmosfera, “equações de estado” para a sub-camada foram propostas nos artigos Brutsaert (1965, 1975a,b). Esse tipo de parametrização utilizando a teoria de similaridade de Monin-Obukhov também foi utilizada em Liu et al. (1979). O trabalho de Liu por sua vez foi utilizado como base para a elaboração dos cálculos de fluxos superficiais do algoritmo TOGA COARE, que pode ser visto em detalhes em Fairall et al. (1996a) e Fairall et al. (2003b). Um algoritmo utilizando o formalismo de Brutsaert foi apresentado em Clayson et al. (1996).

Todos esses avanços na parametrização de fluxos na atmosfera foram possíveis graças a alguns artigos que empregaram a TRS para estudar um fenômeno chamado de "película fria" que aparece nos primeiros milímetros do oceano. Os estudos sobre a película-fria propiciaram o desenvolvimento da análise dimensional da sub-camada líquida. O trabalho de Soloviev e Schlussel (1994, 1996) deu origem a vários estudos e aplicações; entre outros artigos que exploram o tema podemos citar Wick et al. (1996), que apresentaram refinamentos das escala de tempo interfacial; Makin e Mastenbroek (1996), Fairall et al. (1996b), e Fairall et al. (2003a), que realizaram estudos experimentais sobre a hidrodinâmica interfacial, e Veron et al. (2008) que apresentaram desenvolvimentos teóricos sobre as interfaces água-ar.

A abordagem deste texto para o tema é baseada puramente em análise dimensional sem fazer menção a algum modelo mecanicista tal como o proporcionado pela TRS. A análise dimensional consiste em usar técnicas e conceitos da álgebra linear para a dedução de números adimensionais dadas algumas grandezas características de um escoamento.



Figura 3.1: Localização da torre metereológica no município de Missal (figura retirada de Armani [2014])

Como vamos ver no decorrer do capítulo, empregar tal tipo de abordagem para o estudo da sub-camada interfacial apresenta algumas vantagens conceituais.

A próxima seção descreve brevemente a campanha de campo que gerou os dados utilizados neste trabalho.

3.1 Sítio experimental e dados

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos em uma estação micrometeorológica temporária instalada no reservatório do lago de Itaipu. A torre se situa perto do município de Missal e suas coordenadas geográficas são $-25^{\circ}03'25,72''$ de latitude e $-54^{\circ}24'33,67''$ de longitude. Durante o período que se iniciou no dia 09/08/2013 e terminou em 22/08/2013, entre outras variáveis, foram feitas medições em alta frequência (20 Hz) das três componentes da velocidade do vento, temperatura e umidade do ar. Esse período foi escolhido por apresentar uma elevada ocorrência de direções de vento em torno de Norte, que é direção preferencial por apresentar uma longa pista de vento (3 km), e não encontrar obstáculos nem problemas de distorção do escoamento antes de alcançar os sensores de turbulência. A figura 3.1 mostra algumas imagens da região aonde a estação foi instalada.

Detalhes do tratamento de dados também podem ser encontrados em Armani (2014): essencialmente, foram removidos picos espúrios, a tendência foi removida com regressões lineares, e foi realizada uma rotação 2D de coordenadas para alinhar o eixo x com a direção do vento médio. Outra consideração foi a exclusão dos dados provenientes de áreas que continham vegetação. A figura 3.3 mostra imagens da torre de medição assim como mostra a direção do vento proveniente da área com vegetação.

Os sensores utilizados para medir as grandezas utilizadas neste estudo podem ser se-

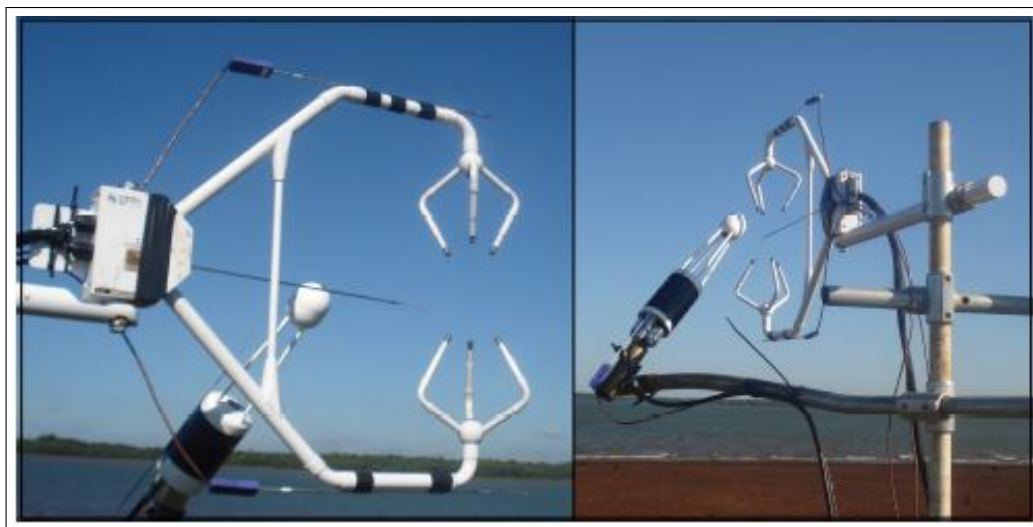


Figura 3.2: Imagens dos sensores rápidos (figura retirada de Armani [2014])



Figura 3.3: Imagens da torre com a direção do vento excluída por causa da vegetação (figura retirada de Armani [2014])



Figura 3.4: Imagens dos sensores lentos (figura retirada de Armani [2014])

parados em dois tipos: de medições rápidas e lentas. Os sensores rápidos são utilizados para medir grandezas da frequência da ordem de 20 Hz. Os sensores rápidos instalados foram um anemômetro sônico CSAT3 (Campbell Scientific) instalado a 3,76 m do solo e quatro termopares FW03 (Campbell Scientific) configurados para medir a temperatura do ar. No sensor CSAT3 três termopares foram acoplados acima, abaixo e no centro do caminho sônico. A figura 3.2 mostra a disposição dos sensores rápidos.

Com relação aos sensores lentos, as medições foram realizadas a 0,1 Hz e os sensores utilizados foram: quatro sondas de dióxido de carbono GMP343 (Vaisala) configuradas para medir concentração de dióxido de carbono (ppm); uma sonda de temperatura e umidade relativa CS500 (Campbell Scientific) configurada para medir temperatura do ar e umidade relativa do ar; um barômetro 61302V (Young) configurado para medir pressão (hPa); um piranômetro SP LITE (Kipp e Zonen) configurado para medir radiação solar (W m^{-2}); e um pluviômetro (MRI) configurado para medir precipitação (mm).

Dois GMP343 foram posicionados a 1,77 m acima da base da estação e os outros dois a 3,66 m. O CS500 foi instalado em uma altura de 2,85 m acima da base da estação, o barômetro a 1,73 m, o piranômetro a 2,67 m e o pluviômetro a 3,00 m. A figura 3.4 mostra a disposição dos sensores lentos.

Os dados do conjunto rápido eram enviados a um sistema de aquisição de dados (*datalogger*) da Campbell Scientific CR23X, equipamento que realiza a leitura analógica dos sensores de modo ordenado e sincronizado, e posteriormente eram convertidas em leituras digitais para um netbook que armazenava os dados em arquivos com 10 minutos de dados. Já os dados do conjunto lento eram armazenados em um outro datalogger CR23X.

Por questões de consumo de energia elétrica no meio da campanha o netbook foi substituído por um Mini PC MT 1000 da marca Urmet DARUMA. Além disso duas novas baterias de automóvel foram acrescentadas ao sistema, totalizando 7 baterias de automóvel ligadas a 3 placas solares. Mais detalhes sobre o aparato instrumental podem ser encontrados em Armani et al. (2013) e Armani (2014).

3.2 Parametrização do fluxo vertical de quantidade de movimento

Nesta seção vamos analisar a parametrização do fluxo de *momentum*, ou seja, vamos verificar se através de dados da velocidade média do vento \bar{u}_r , conseguimos estimar adequadamente o fluxo de *momentum* τ medido em campo. O comprimento de rugosidade é usualmente parametrizado em interfaces água-ar através de uma expressão apresentada por Charnock (1955b). Rearranjando a expressão 2.23 para isolar o termo adimensional

α nós temos

$$\alpha = \frac{gz_0}{u_*^2}. \quad (3.1)$$

O artigo de Charnock sugeriu que para oceanos abertos α possui um valor constante e aproximadamente igual a 0,011. Valores para α próximos ao proposto por Charnock foram estimados nos trabalhos de Smith (1980), Stacey (1999), Large e Pond (1981) e Smith (1988), que obtiveram valores de α da ordem de 10^{-2} .

Deve-se a Kitaigorodskii e Volkov (1965) a sugestão de que o parâmetro de Charnock deve depender do estado das ondas superficiais. Teorias nessa linha propõem que α não é constante, mas sim função da velocidade normalizada (c_w/u_*), onde c_w é a celeridade da onda correspondente ao pico do espectro das ondas presentes na superfície. A parametrização empírica destes trabalhos tem a forma geral

$$\alpha = a(c_w/u_*)^{-b}, \quad (3.2)$$

onde a e b são constantes que foram determinadas experimentalmente nos trabalhos de Maat et al. (1991), Monbaliu (1994), Vickers e Mahrt (1997), Johnson et al. (1998), Mascart et al. (1995), Oost et al. (2002) e Drennan et al. (2003). Outro tipo de parametrização foi apresentada no trabalho de Taylor e Yelland (2001), que sugeriram

$$\frac{z_0}{H_s} = a(H_s/\lambda_p)^b, \quad (3.3)$$

onde H_s é a altura significativa e λ_p é o comprimento das ondas características da superfície, respectivamente. Ambas as parametrizações foram comparadas por Drennan e Yelland (2005) com diferentes grupos de dados, sendo que os autores chegaram à conclusão de que nenhum dos modelos (3.2) e (3.3) apresentou boa acurácia para todos os conjuntos de dados por eles analisados, e que seria necessário analisar mais medições sobre águas rasas.

Com os dados obtidos na campanha descrita na seção (3.1) foi possível ajustar a função que descreve z_0 . Resumidamente foram escolhidos dos dados de campo valores de u_* , ζ e \bar{u} . Com esses valores medidos é possível obter a velocidade de atrito estimada \hat{u}_* com as equações da TSMO.

O próximo passo é calcular um valor do parâmetro de Charnock α que minimiza o erro médio absoluto entre valores da velocidade de atrito medidos e estimados. No nosso conjunto de dados, foram escolhidos 508 blocos que passaram no controle de qualidade descrito em Armani (2014). Em seguida, calculou-se o erro médio absoluto (EMA) através da expressão

$$\text{EMA} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} |u_{*i} - \hat{u}_{*i}|. \quad (3.4)$$

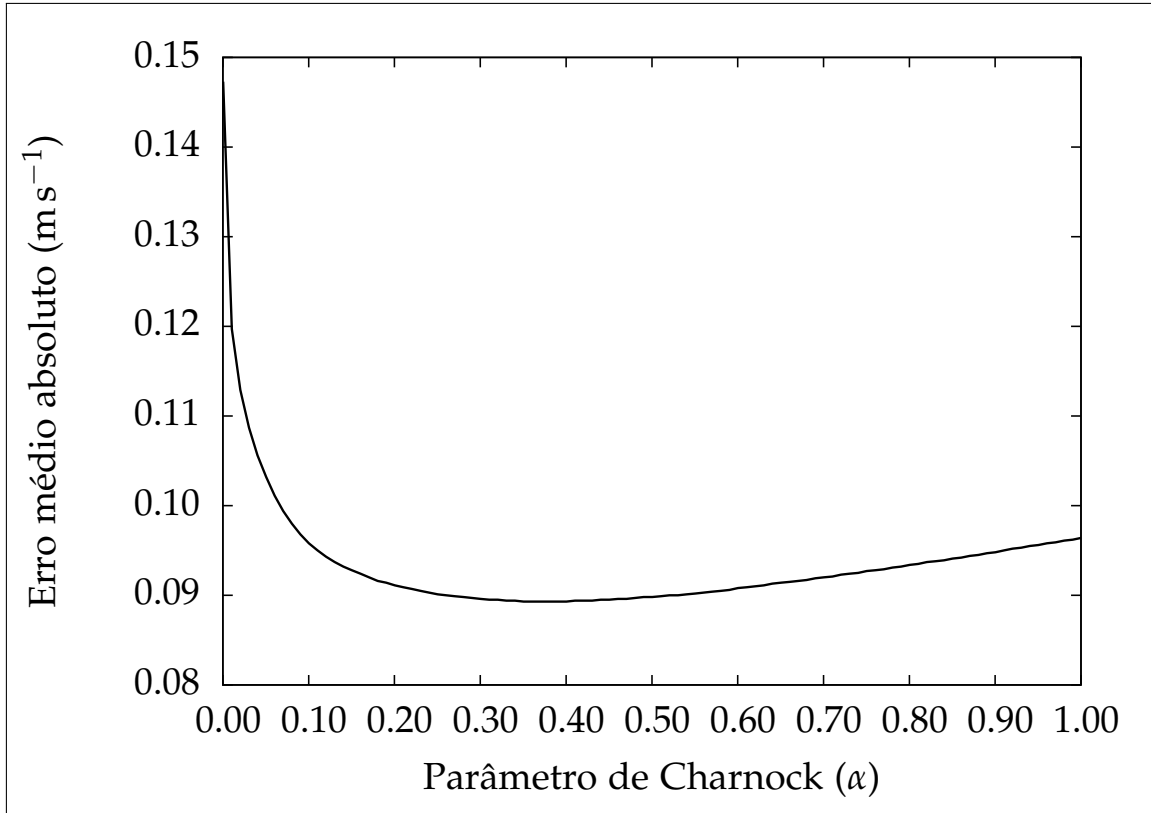


Figura 3.5: Erro Médio Absoluto contra parâmetro de Charnock

Em (3.4), N representa o número de blocos analisados e i é índice do bloco. A expressão (3.4) foi calculada para um conjunto discreto de valores de α especificados *a priori*: o valor mínimo especificado foi $\alpha = 0.0004$, aplicando-se então incrementos de $\Delta\alpha = 0.01$ até um valor máximo de $\alpha = 1.0$. A figura 3.5 mostra para cada α os valores de EMA associados. A figura 3.6 relaciona o valor da velocidade de atrito medida com a modelada pelo parâmetro de Charnock calibrado ($\alpha = 0.4$). Na última seção deste capítulo iremos discutir com mais detalhes esse valor encontrado para a constante de Charnock.

3.3 Análise dimensional do método fluxo-gradiente

Nesta seção será apresentada uma parametrização para o número de Dalton Interfacial k_{0E} . A nossa abordagem utiliza análise dimensional sem fazer menção explícita à uma descrição direta da hidrodinâmica interfacial.

Uma vez que o comprimento de rugosidade z_0 está ajustado (seção anterior), os comprimentos z_{E0} e z_{H0} podem ser estimados através das expressões apresentadas na seção 2.1. Para avaliar os comprimentos de rugosidade precisamos dos coeficientes k_{E0} e k_{H0} . Esses coeficientes caracterizam o transporte de matéria e energia imediatamente acima da interface (sub-camada interfacial).

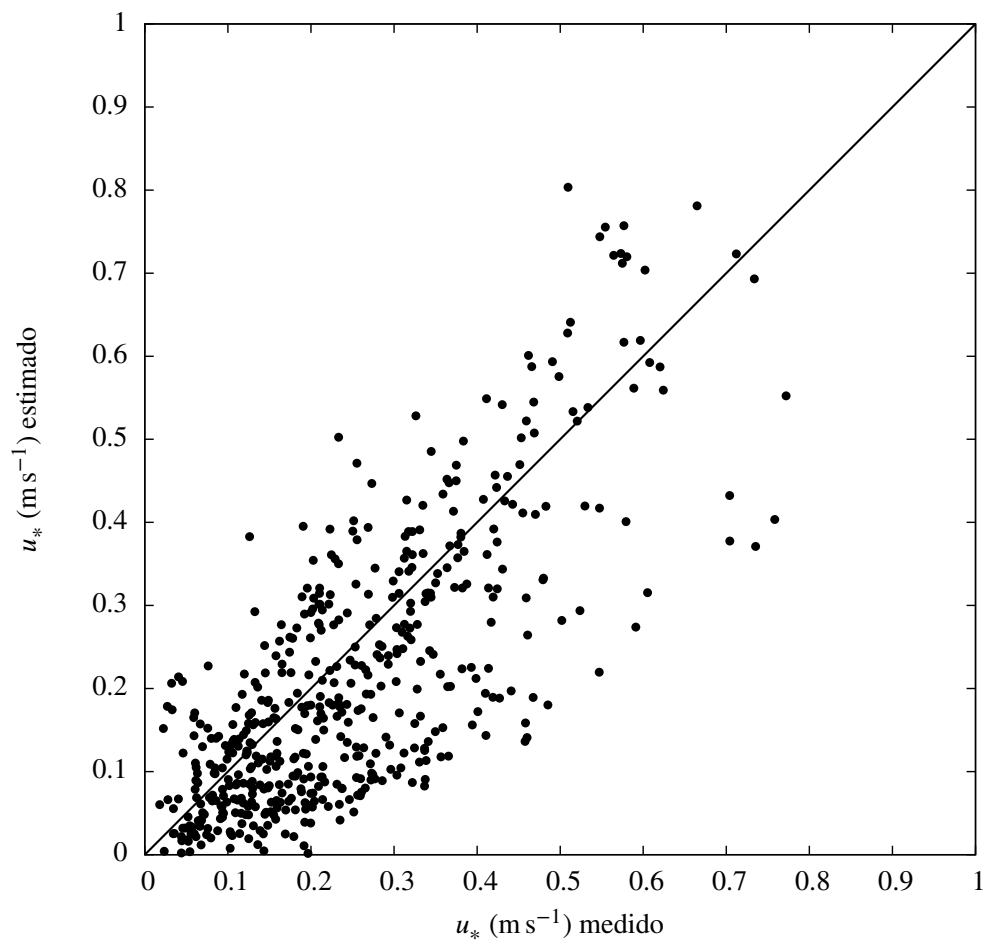


Figura 3.6: Velocidades de atrito (medida contra modelada) utilizando o parâmetro de Charnock calibrado para os dados de Itaipu.

Utilizando como inspiração a TSMO vamos considerar que as grandezas características do escoamento são dadas pelas grandezas u_* , q_* , θ_* , v_E , v_τ , $\Delta\bar{q}_0$, $\bar{\rho}$. Para a parte líquida da interface análises dimensionais foram apresentadas nos trabalhos de Forstecue e Pearson (1967), Banerjee et al. (1968), Mcready et al. (1986) e Banerjee (1990), no âmbito da transferência de massa de gases solúveis na água.

Para montar números adimensionais com essas grandezas vamos considerar formas compostas por potências das mesmas. Um número adimensional relacionado com o fluxo $E = \bar{\rho}u_*q_*$ vai ser composto como

$$\Pi = E^a z_0^b u_*^c v_E^d v_\tau^e (\bar{\rho}\Delta\bar{q}_0)^f. \quad (3.5)$$

Analisando a expressão acima em termos das unidades fundamentais nós temos

$$\Pi = (ML^{-2}T^{-1})^a L^b (LT^{-1})^c (L^2T^{-1})^d (L^2T^{-1})^e (ML^{-3})^f. \quad (3.6)$$

Na expressão acima M é a massa de vapor d'água presente na atmosfera, L é o comprimento e T é o tempo. Por causa da unidade de massa é necessário fazer $f = -a$ na expressão anterior. Sendo assim, podemos colocar

$$\Pi = \left(\frac{E}{\bar{\rho}\Delta\bar{q}_0} \right)^a z_0^b u_*^c v_E^d v_\tau^e \quad (3.7)$$

Em termos de unidades fundamentais

$$\Pi = (LT^{-1})^a L^b (LT^{-1})^c (L^2T^{-1})^d (L^2T^{-1})^e. \quad (3.8)$$

Aqui é necessário fazer uma distinção entre duas abordagens comuns: uma utiliza explicitamente o comprimento z_0 na adimensionalização e a outra abordagem não. Quando a adimensionalização não depende de z_0 devemos ter $a = -c$ e $d = -e$. Com isso os números adimensionais devem ter a forma

$$\Pi = \left(\frac{E}{\bar{\rho}u_*\Delta\bar{q}_0} \right)^a (v_\tau/v_E)^b. \quad (3.9)$$

O número de Schmidt é definido como v_τ/v_E ; com isso a adimensionalização independente de z_0 tem a forma geral

$$\Pi = \left(\frac{E}{\bar{\rho}u_*\Delta\bar{q}_0} \right)^a S_c^b. \quad (3.10)$$

O número de Dalton interfacial é obtido substituindo $b = 0$ e $a = 1$ na expressão anterior.

Com isso nós temos o primeiro número adimensional

$$k_{E0} = \frac{E}{\bar{\rho} u_* \Delta q_0}. \quad (3.11)$$

Neste ponto vamos verificar adimensionalizações com o z_0 . Utilizar explicitamente z_0 como grandeza característica do problema é necessário quando z_0 não depende fortemente de u_* (como o caso de superfícies sólidas). Dentre as inúmeras formas possíveis temos que escolher algumas com certo sentido físico. Para isso vamos considerar que a escala de tempo do problema é da ordem da micro-escala de tempo de Kolmogorov $t_k = (\nu_\tau/\epsilon)^{1/2}$, com ϵ sendo a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta (mais detalhes podem ser vistos em Batchelor e Proudman (1954)). Queremos que a relação $\nu_\tau^{1/2}$ apareça explicitamente na definição da escala de tempo. Outra questão é que ϵ não depende de ν_E . Com isso, para escrevermos t_k como função de u_* , z_0 e $\nu_\tau^{1/2}$, devemos colocar

$$t_k = \left(\frac{\nu_\tau z_0}{u_*^3} \right)^{1/2}. \quad (3.12)$$

Com isso nós temos

$$\Pi = \left(\frac{E}{\bar{\rho} \Delta q_0} \right)^a t_k^b \nu_E^c. \quad (3.13)$$

Voltando para as dimensões fundamentais,

$$\Pi = (LT^{-1})^a T^b (L^2 T^{-1})^c. \quad (3.14)$$

Para a expressão acima ser adimensional devemos ter

$$a + 2c = 0 \quad -a + b - c = 0. \quad (3.15)$$

Resolvendo o sistema acima é possível obter

$$a = -2c \quad b = -c. \quad (3.16)$$

Os números adimensionais ficam com a forma

$$\Pi = \left(\left(\frac{E}{\bar{\rho} \Delta q_0} \right)^{-2} t_k^{-1} \nu_E \right)^c. \quad (3.17)$$

Cada escolha do expoente c na expressão acima define um número adimensional (linearmente dependente das outras escolhas de c). Escolhendo $c = 1/2$ vamos usar a notação

$\Pi = C_d$. Com isso, o fluxo E fica dado por

$$E = \bar{\rho}(v_E/t_k)^{1/2} \Delta \bar{q}_0 C_d. \quad (3.18)$$

O número de Dalton interfacial k_{E0} se relaciona com C_d da seguinte maneira

$$k_{0E} = \left(\frac{v_E}{t_k u_*^2} \right)^{1/2} C_d. \quad (3.19)$$

A expressão acima pode ser escrita como

$$k_{0E} = Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2} C_d. \quad (3.20)$$

Onde Re_0 é o número de Reynolds de rugosidade

$$Re_0 = \frac{u_* z_0}{\nu_\tau}. \quad (3.21)$$

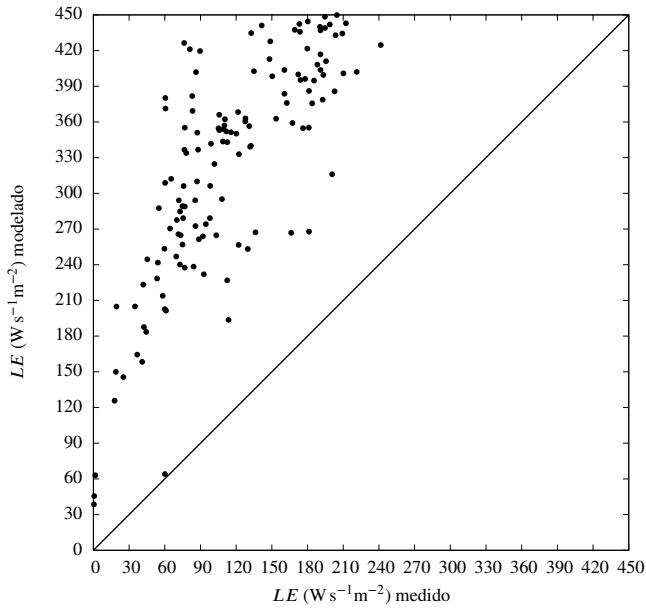
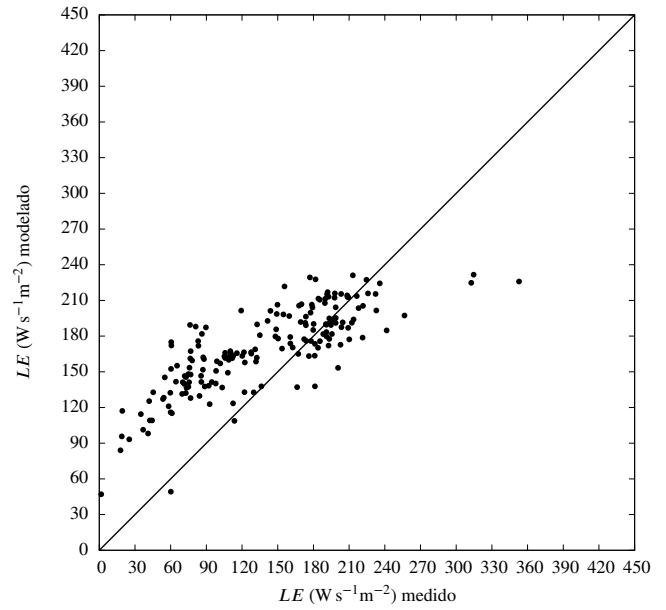
A expressão (3.20) é a parametrização apresentada nos trabalhos de Brutsaert [1965, 1975a]. A dedução dessa expressão apresentada neste texto é conceitualmente diferente da teoria original. O método apresentado nesta seção consiste em analisar as propriedades algébricas dos números adimensionais formados com as grandezas características do escoamento. Como vamos ver no decorrer do capítulo, a dedução da expressão (3.20) através de um argumento utilizando puramente análise dimensional apresenta vantagens com relação a argumentação da teoria original.

O próximo passo é determinar através de observações os valores dessas grandezas adimensionais. Baseado em alguns resultados experimentais da literatura o artigo de Brutsaert (1975a) estimou

$$C_d \approx \frac{1}{7}. \quad (3.22)$$

A figura 3.9 mostra os fluxos de vapor de água modelados com essa escolha de C_d comparados com os fluxos medidos na campanha do lago de Itaipu. Como podemos ver na figura 3.9, os fluxos modelados estão superestimando os valores reais para os nossos dados.

Vamos agora calibrar o valor de C_d para os dados de Itaipu. O valor que ajustou melhor os fluxos foi $C_d = 1/20$. A figura 3.8 mostra os fluxos de vapor de água modelados com essa escolha de C_d contra os fluxos medidos em campo. Como podemos ver na figura 3.8, considerar C_d constante para todos os blocos de dados não está fazendo uma boa previsão para alguns casos. Uma maneira de tentar melhorar a parametrização é considerar C_d como função de outras grandezas. Para números de Reynolds $Re_0 > 2$ a turbulência é predominantemente gerada pelo atrito do vento com a superfície. Neste tipo de regime esperamos que os números adimensionais sejam formados pelas grandezas ν_τ , z_0 , u_* . Uma

Figura 3.7: LE vs LE com $C_d = 1/7$ Figura 3.8: LE vs LE com $C_d = 1/20$

comparação com os dados de campo proporcionou a seguinte relação empírica

$$C_d = 0.6 \frac{u_*}{u_r}. \quad (3.23)$$

A figura 3.10 mostra a comparação dos fluxos de calor latente modelados com o ajuste empírico de C_d contra os fluxos medidos.

Para estender a discussão sobre uma possível forma para C_d na próxima seção um modelo mecânico para o transporte de momentum na sub-camada interfacial.

3.4 Proposta de um modelo para o transporte de *momentum*

Nesta seção vamos apresentar um modelo para o transporte de quantidade de movimento na sub-camada interfacial da atmosfera. O número adimensional definido pelo nosso modelo será então quantificado através dos dados obtidos no lago de Itaipu.

A base do modelo que iremos descrever nesta seção consiste em considerar que o transporte de momentum é similar ao transporte de escalares na sub-camada interfacial. Esse raciocínio foi apresentado por Soloviev (2007) para o lado líquido da interface. Decorrente dessa similaridade o número C_d também pode ser construído com o fluxo de *momentum*

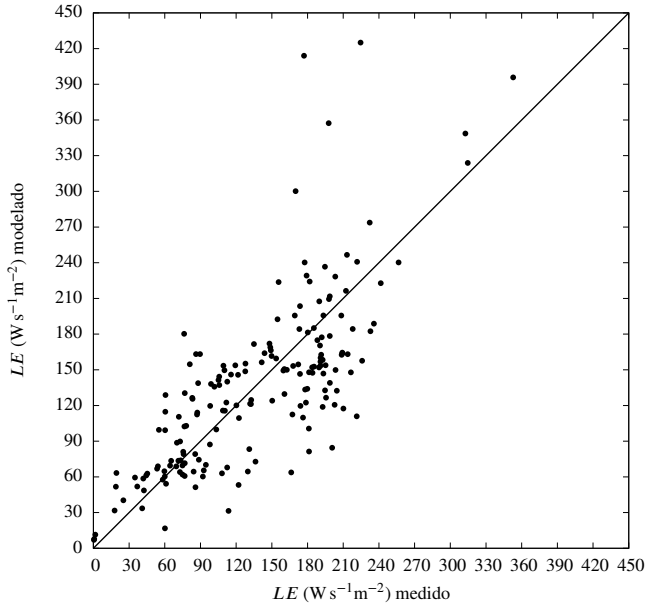


Figura 3.9: LE vs LE com $C_d = 0.6C_d_r^{1/2}$

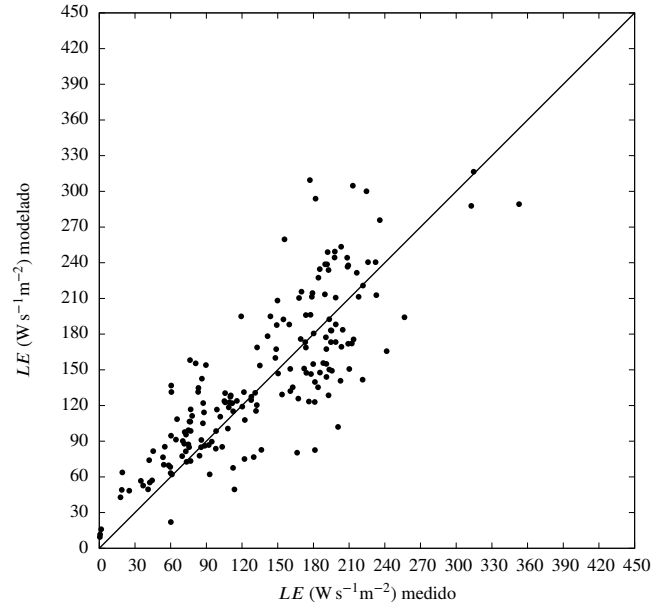


Figura 3.10: LE vs LE com $k_{0E} = 0.0176$

τ_v através da sub-camada(analogia da expressão 3.18).

$$\tau_v = \bar{\rho}(v_\tau/t_k)^{1/2}u_h C_d. \quad (3.24)$$

Na expressão acima u_h é a velocidade instantânea de um elemento de fluido acima da interface.

O fluxo total de quantidade de movimento $\bar{\rho}u_*^2$ em uma superfície sujeita a ondas pode ser posto como (Hare et al., 2004)

$$\bar{\rho}u_*^2 = \tau_v + \tau_t + \tau_w. \quad (3.25)$$

Onde τ_t e τ_w é o fluxo de momentum turbulento e o fluxo de momentum gerado por ondas, respectivamente.

Agora vamos definir o fluxo de momentum adimensional λ como

$$\lambda = \frac{\bar{\rho}u_*^2}{\tau_v}. \quad (3.26)$$

O número λ é uma estimativa indireta da intensidade de $\tau_b = \tau_t + \tau_w$. Um escoamento com um maior λ apresenta um valor maior de τ_b . Da definição de λ e τ_v nós temos

$$\bar{\rho}u_*^2 = \bar{\rho}(v_\tau/t_k)^{1/2}u_h C_d \lambda \quad (3.27)$$

Com isso o coeficiente C_d posto como função de u_* fica dado por

$$C_d = \frac{u_*}{(u_h/u_*)\lambda(v_\tau/t_k)^{1/2}}. \quad (3.28)$$

Aqui vamos usar a notação $Cd_{r0}^{1/2} = u_h/u_*$. Com isso o número de Dalton interfacial fica

$$k_{0E} = Cd_{r0}^{-1/2} Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2} v_I \lambda^{-1} \quad (3.29)$$

Com v_I sendo a razão entre a velocidade de atrito e a micro-escala de velocidade de Kolmogorov

$$v_I = \frac{u_*}{(v_\tau/t_k)^{1/2}}. \quad (3.30)$$

Podemos colocar a expressão acima como razão de duas escalas de tempo

$$v_I = \frac{t_k^{1/2}}{t_c^{1/2}}. \quad (3.31)$$

Da expressão acima a escala t_c fica definida como

$$t_c = \frac{v_\tau}{u_*^2}. \quad (3.32)$$

A escala de tempo t_c foi apresentada como escala de tempo interfacial por Soloviev e Schlussek (1994) para a parte líquida da interface, mas como vimos aqui também pode ser utilizada para a parte gasosa (atmosfera). Abrindo a expressão para v_I é possível notar que

$$v_I = \left[\left(\frac{v_\tau z_0}{u_*^3} \right)^{1/2} \frac{u_*^2}{v_\tau} \right]^{1/2} = Re_0^{1/4}. \quad (3.33)$$

Com isso o número adimensional k_{E0} fica com a forma

$$k_{0E} = Cd_{r0}^{-1/2} S_c^{-1/2} \lambda^{-1}. \quad (3.34)$$

Baseado em resultados experimentais o artigo de Brutsaert (1975b) considerou a aproximação $Cd_{r0}^{1/2} = 5$. Uma calibração utilizando os valores dos fluxos de vapor de água modelados e medidos no lago de Itaipu forneceu o valor de $\lambda = 14$. O número de Dalton interfacial ficou

$$k_{E0} = 70^{-1} S_c^{-1/2} = 0.0176. \quad (3.35)$$

Considerar k_{E0} constante é uma alteração conceitual da teoria apresentada por Brutsaert. A figura (3.8) mostra a comparação do fluxo de calor latente modelado contra o medido, considerando o número de Dalton como a expressão anterior. As figuras (3.11) e (3.12)

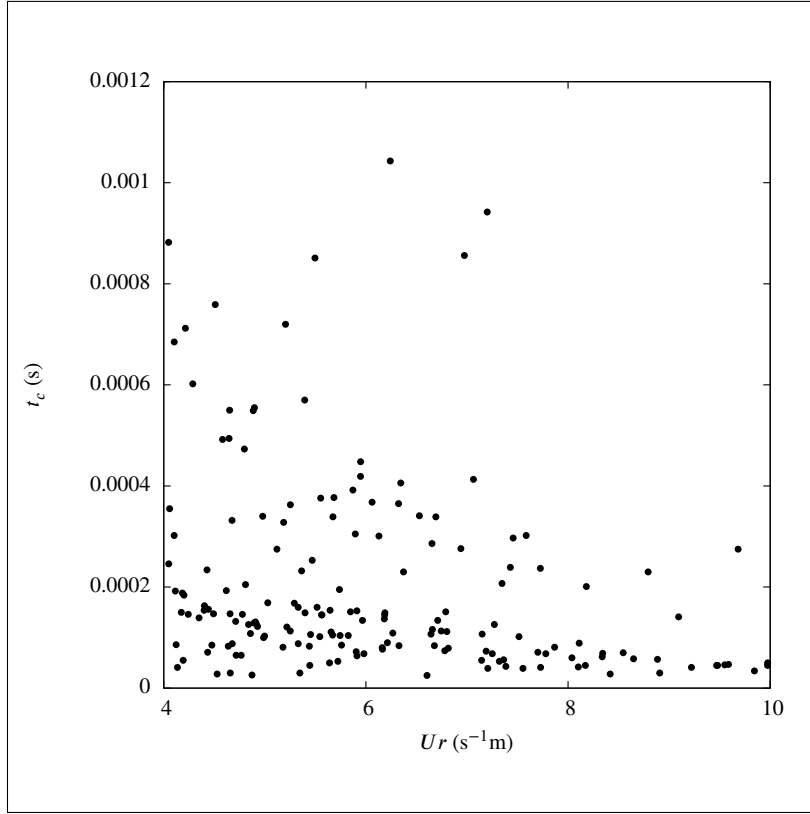


Figura 3.11: Escala de tempo $t_c = \nu_\tau / u_*^2$ como função da velocidade do vento U_r

mostram a relação entre as escalas de tempo t_c , t_k e C_d como função da velocidade média do vento U_r . As figuras (3.13) e (3.14) mostram o coeficiente C_d e as escalas t_c e t_k como função de u_* .

O fato de que o número de Dalton interfacial k_{0E} pode ter formas diversas da expressão (3.20) abre a possibilidade de testarmos outras formas para esse coeficiente. Na próxima seção vamos mostrar que é possível determinar formas mais gerais para k_{0E} .

3.5 Construção de formas mais gerais para k_{E0}

Por enquanto a comparação com os dados de campo sugere que existem duas parametrizações que apresentaram resultados satisfatórios. Uma comparação entre as figuras (3.9) e (3.8) indicou que os fluxos de maior magnitude são melhor aproximados considerando $C_d = 1/20$. Uma maneira de construir uma função contínua que combina as duas parametrizações de C_d é determinar em qual valor de Re_0 as duas funções se interceptam. Igualando as duas parametrizações de k_{E0} nós temos

$$k_{E0} = 70^{-1} S_c^{-1/2} = 20^{-1} Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2}. \quad (3.36)$$

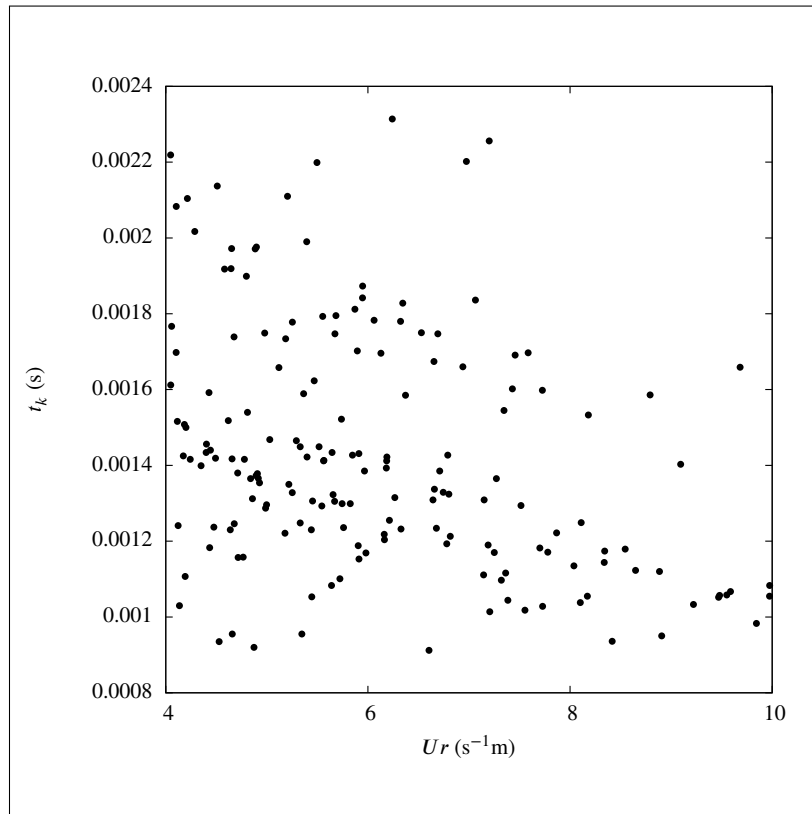


Figura 3.12: Escala de tempo $t_k = t_c^{1/2} \kappa^{1/2} (z_0/u_*)^{1/2}$ como função da velocidade do vento U_r

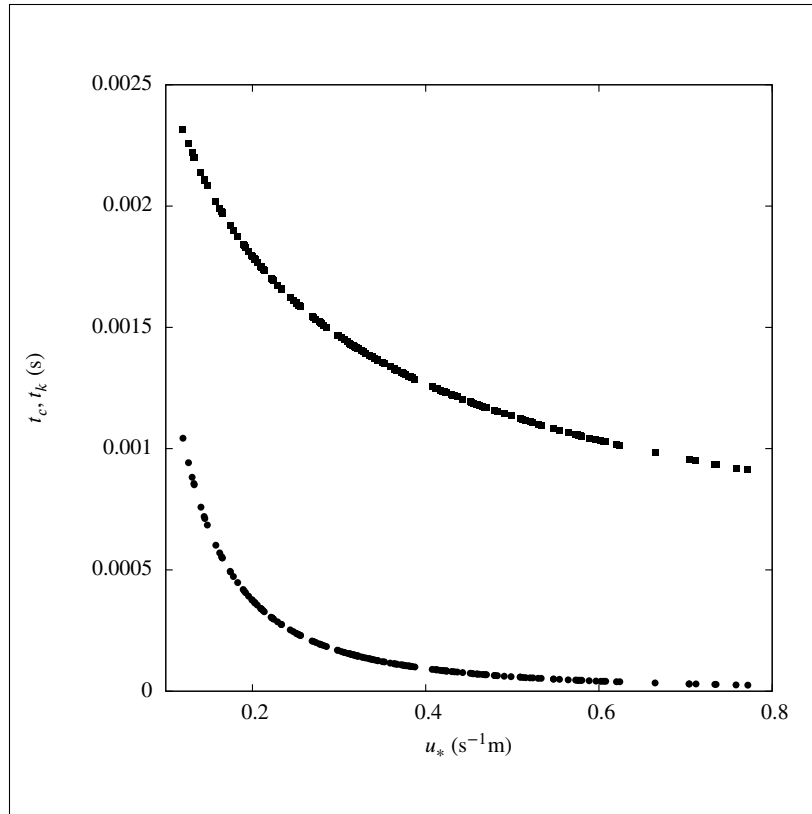


Figura 3.13: Escalas de tempo interfaciais t_c (círculos) e t_k (quadrados) como função de u_*

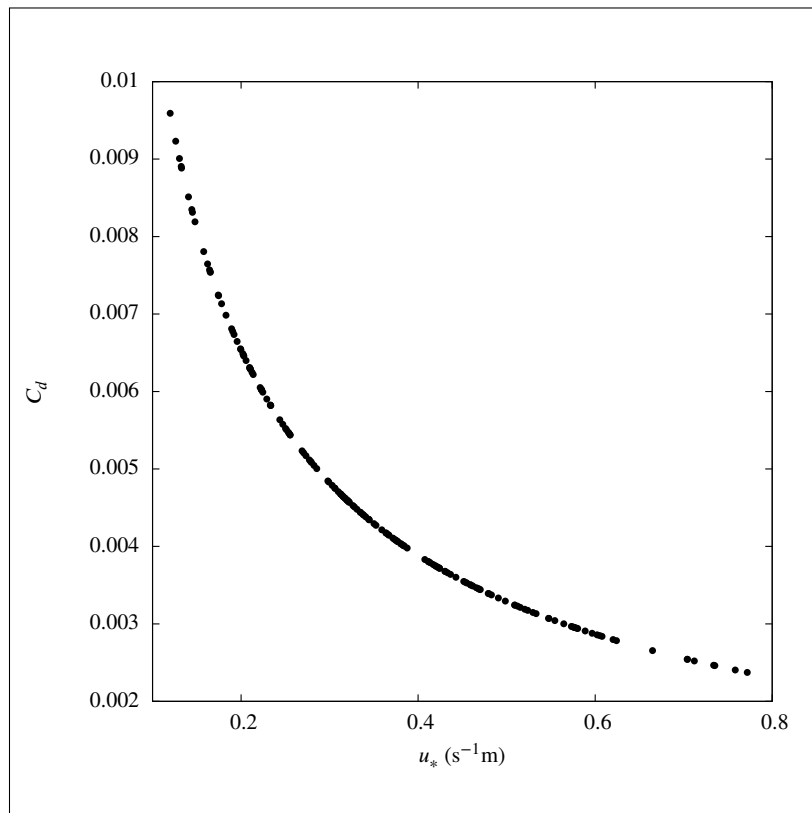


Figura 3.14: Número adimensional C_d como função de u_*

Para k_{E0} ser contínuo na variável Re_0 o ponto de transição se dá aproximadamente em $Re_0 = 180$. A função que descreve o número de Dalton interfacial fica

$$k_{E0} = 70^{-1} S_c^{-1/2} \quad 2 < Re_0 < 180, \quad (3.37)$$

$$k_{0E} = 20^{-1} Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2} \quad Re_0 > 180. \quad (3.38)$$

A figura 3.15 mostra os fluxos E modelados com os k_{0E} das expressões anteriores contra os fluxos medidos. Neste ponto nós utilizamos todos os números adimensionais e analogias propostas na literatura.

Agora vamos tentar aumentar a acurácia do modelo apresentando novos números adimensionais baseados em novas escalas de tempo. Para definir novas escalas de tempo, primeiramente devemos verificar qual a forma mais geral possível para k_{0E} dadas as grandezas características do escoamento. Até o momento apresentamos as escalas de tempo t_c e t_k , essas escalas apresentam u_*^{-2} e $u_*^{-1/2}$ em sua composições, respectivamente. Com as duas escalas de tempo podemos criar uma nova escala t_n com uma potência de u_* arbitrária. Para ver isso vamos considerar

$$t_n = t_c^a t_k^b. \quad (3.39)$$

Na expressão acima sempre vamos ter $a + b = 1$. Diferentes escolhas da solução de $a + b = 1$ fornecerão uma escala t_n com uma potência de u_* diversa. Com isso podemos procurar um número de Dalton com a forma mais geral

$$k_{0E} = A u_*^n. \quad (3.40)$$

Na expressão acima n é algum expoente arbitrário e A é uma constante cujas unidades dependem da escolha de n . A expressão anterior implica que para quaisquer valores de A e n existirá um número adimensional formado com u_* , ν_E , ν_τ , $\Delta \bar{q}_0$ e g que reproduzirá a forma da expressão (3.40).

Testando os valores de A e n contra os dados medidos estimamos os valores numéricos de $A = 3.5 \nu_E^{1/2}$ e $n = 1/4$. Através desses resultados vamos quantificar o valor do número adimensional C_n definido como

$$E = \bar{\rho} (\nu_E / t_n)^{1/2} \Delta \bar{q}_0 C_n. \quad (3.41)$$

O número de Dalton interfacial k_{E0} se relaciona com C_n da seguinte maneira

$$k_{0E} = \left(\frac{\nu_E}{t_n u_*^2} \right)^{1/2} C_n. \quad (3.42)$$

Comparando as expressões (3.40) e (3.42) é possível notar que a escala de tempo t_n deve ter a grandeza $u_*^{-5/2}$ em sua concepção. Pela definição de t_n nós temos

$$t_n = \left(\frac{v_\tau}{u_*^2} \right)^a \left(\frac{v_\tau z_0}{u_*^3} \right)^{b/2}. \quad (3.43)$$

Para interfaces água-ar é possível parametrizar z_0 como função de u_* através da expressão de Charnock, com isso nós temos

$$t_n = \left(\frac{v_\tau}{u_*^2} \right)^a \left(\frac{v_\tau 0.4}{g u_*} \right)^{b/2}. \quad (3.44)$$

Pela expressão é possível notar que $2a + b/2 = 5/2$. A equação linear anterior, juntamente com $a + b = 1$ fornecem $a = 4/3$ e $b = -1/3$. A escala t_n fica

$$t_n = 0.4^{-1/6} v_\tau^{7/6} u_*^{-5/2} g^{1/6}. \quad (3.45)$$

Combinando a expressão (3.44), (3.42) e (3.40) nós temos $C_n \approx 193^{-1}$. Essa é uma calibração que funciona bem para os fluxos de menor intensidade. Os fluxos de maior magnitude são melhor aproximados por

$$k_{0E} = C_d Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2}. \quad (3.46)$$

Na expressão acima $C_d \approx 20^{-1}$. Para manter a continuidade de k_{0E} na variável Re_0 vamos fazer uma ponderação entre essas duas representações. Um ajuste com os fluxos medidos forneceu as seguintes relações

$$k_{E0} = k_1 + 398^{-1}(Re_0 - 2)(k_2 - k_1), \quad 2 < Re_0 < 400; \quad (3.47)$$

$$k_{0E} = k_2 \quad Re_0 > 400. \quad (3.48)$$

Nas expressões acima

$$k_1 = 193^{-1} S_c^{-1/2} Re_0^{1/12}, \quad k_2 = 26^{-1} Re_0^{-1/4} S_c^{-1/2}. \quad (3.49)$$

A figura 3.16 mostra o fluxo de calor latente LE modelado contra o medido com k_{0E} dado pelas expressões anteriores. As expressões (3.47) e (3.48) fornecem a função contínua em Re_0 que melhor previu os fluxos superficiais de vapor de água E observados em campo.

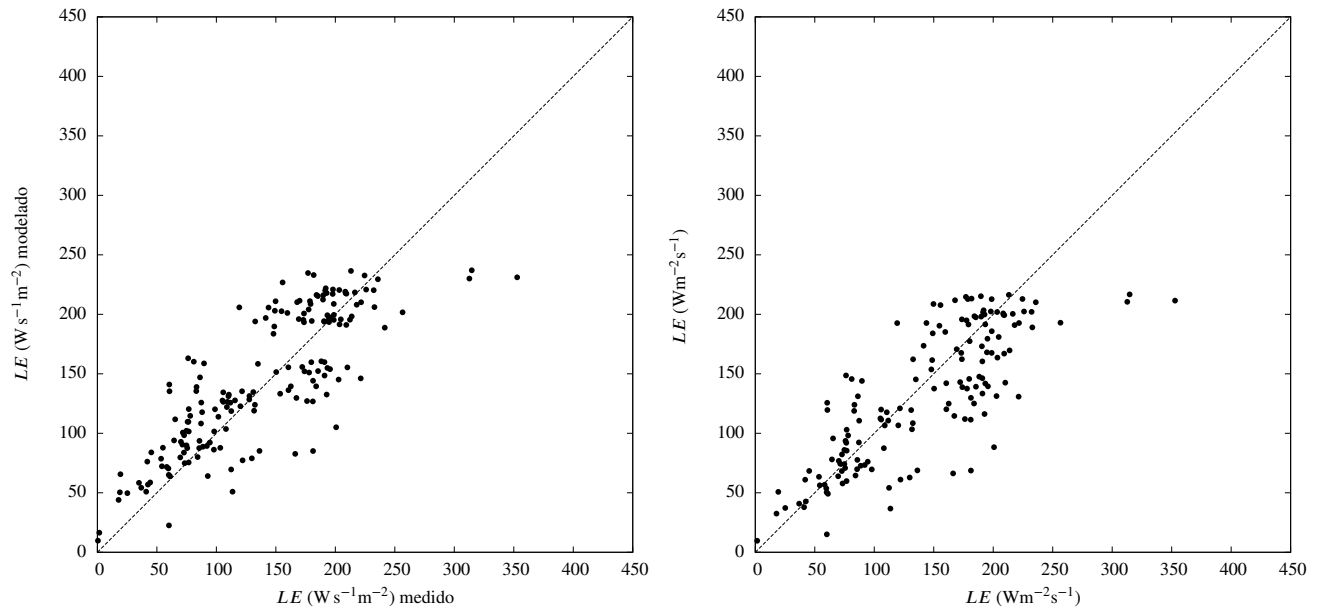


Figura 3.15: LE vs LE com k_{0E} de (3.37) e (3.38) Figura 3.16: LE vs LE com k_{0E} de (3.47) e (3.48)

3.6 Discussão

O parâmetro de Charnock encontrado para os nossos dados do Lago de Itaipu é consideravelmente maior que os normalmente apresentados na literatura. Como pode ser visto na figura (3.5), o valor ótimo de $\alpha = 0.4$ encontrado com os nossos dados é cerca de uma ordem de grandeza maior que o usual para corpos de água profundos. Esse valor no entanto é coerente com os trabalhos realizados em águas rasas presentes na literatura. Sobre águas profundas e distâncias razoáveis da costa, as ondas superficiais se tornam plenamente desenvolvidas e isso se manifesta em termos de um valor relativamente menor de z_0 . Sobre águas rasas, entretanto, as ondas não se desenvolvem completamente e o efeito é uma superfície relativamente mais “rugosa” (propicia um maior arrasto do vento). Isso foi constatado nos trabalhos de Hsu (1974), Geernaert et al. (1987) e Smith (1980). Esse aumento da rugosidade relacionado à influência da profundidade também foi observado no trabalho de Anctil e Donelan (1996) que fizeram uma análise mais específica sobre a influência da profundidade do corpo de água no arrasto do vento. Os autores obtiveram em alguns casos valores de z_0 correspondentes a valores de α uma ordem de grandeza maior que os valores previstos para oceanos abertos. Além disso, Shabani et al. (2014) que mediram u_* em uma zona de arrebentação de ondas, também obtiveram um valor médio de α da ordem de 10^{-1} .

Esse aumento de u_* em corpos de água rasos também foi abordado no artigo de Hare et al. (1995) O trabalho aborda uma caracterização da estrutura da turbulência do ar acima

de uma interface com ondas. A abordagem usual deste tipo de estudo é separar o fluxo interfacial total de *momentum* na seguinte forma

$$\bar{\rho}u_*^2 = \tau_v + \tau_t + \tau_w. \quad (3.50)$$

Onde τ_t e τ_w é o fluxo de *momentum* turbulento e o fluxo de momentum gerado por ondas, respectivamente. A contribuição de cada uma das partes no fluxo de *momentum* total ainda não é muito clara. Porém como foi constatado nos artigos de M.L.Banner e Melville (1976) e Banner (1990) a presença de quebra de ondas aumenta o fluxo superficial de momentum em quase 100%. Esse aumento se dá por causa do separação da camada limíte do ar advinda da superfície irregular da água. O efeito da separação da camada limite do ar no aumento do arrasto do vento foi mensurado nos trabalhos experimentais de Kawai (1981) e Veron et al. (2007).

Dito isso é provável que a presença da pouca profundidade do lago na área da torre explique o valor do parâmetro de Charnock estimado com os dados de Itaipu.

Com relação ao número de Dalton interfacial k_{0E} , foram sugeridos neste trabalho formas alternativas às apresentadas na literatura associada ao MFG. Para escoamentos apresentando Re_0 da ordem de 10, neste trabalho verificou-se que k_{0E} é uma função fraca do número de Reynolds. Esse resultado está de acordo com outras parametrizações de fluxos em interfaces água-ar. Entre outros trabalhos que apresentaram resultados semelhantes podemos citar (Komori et al., 1993) e Soloviev (2007) entre outros.

Para os casos com Re_0 da ordem de 10^2 a melhor parametrização se deu utilizando a forma apresentada em Brutsaert [1975,a], porém ajustando o parâmetro de calibração de 7^{-1} para 20^{-1} .

Além da sugestão de novas formas para k_{0E} a análise dimensional apresentada neste texto contém uma modificação conceitual com relação aos algoritmos de cálculos de fluxos usuais na atmosfera. Essa modificação foi o acoplamento de mais um princípio físico (transporte de momentum na sub-camada). Esse acoplamento foi proposto por Soloviev (2007) para a água. No nosso caso a inclusão do modelo para o transporte de momentum fornece a expressão

$$\tau_v = \bar{\rho}(v_\tau/t_k)^{1/2}u_hC_d. \quad (3.51)$$

Para considerar $\bar{\rho}u_*^2$ no lado esquerdo na expressão acima devemos acrescentar o único parâmetro de calibração do modelo λ , que é dado por

$$\lambda = \frac{\bar{\rho}u_*^2}{\tau_v}. \quad (3.52)$$

Considerar um k_{0E} constante é uma aproximação que funciona bem para regimes de convecção forçada. Esse fato foi verificado em diversos trabalhos que calibraram números

adimensionais para o oceano. Considerar k_{0E} constante é logicamente igual a considerar que vale a expressão (3.51) e que λ é constante. Tal tipo de ligação lógica nunca tinha sido proposta na literatura.

O último resultado apresentado neste capítulo é a dedução de formas mais gerais para k_{0E} (aumentando a acurácia). Esse tipo de generalização foi possível graças ao uso de técnicas da análise dimensional para um estudo mais sistemático das propriedades algébricas dos números adimensionais relevantes para a sub-camada interfacial.

Capítulo 4

Proposta de um novo modelo de renovação superficial

No capítulo anterior a sub-camada interfacial da atmosfera foi estudada considerando a região interfacial como uma “caixa-preta” que troca massa (através do fluxo E) e energia (através dos fluxos τ e H) com o exterior. Foram propostas relações entre essas trocas com o exterior e grandezas relevantes ao escoamento u_* , ϵ , etc.. Dessa forma, os fluxos superficiais de massa e energia estão sendo relacionados coerentemente com algumas grandezas externas à sub-camada interfacial. Essa abordagem é chamada de método fluxo gradiente (MFG).

Para a parte líquida da interface também existe um MFG bastante desenvolvido. Juntamente com o MFG para a água existem mais duas abordagens teóricas que englobam a maioria dos trabalhos sobre a hidrodinâmica da água na escala da sub-camada interfacial. Esses modelos são a teoria de renovação superficial (TRS) e a teoria da divergência superficial (TDS).

Como iremos mostrar no decorrer do texto, os resultados gerados pelas três teorias (MFG, TDS e TRS) podem ser integrados dentro de uma argumentação que é uma extensão da TRS utilizando uma distribuição de idades nunca usada para esse propósito antes. Esse esforço para unir alguns resultados das três principais abordagens para se estudar a sub-camada líquida é o resultado principal deste capítulo.

4.1 Formalização da teoria

O modelo conceitual que visa descrever os processos de transferência na sub-camada interfacial é a teoria de renovação superficial (TRS). Ela foi apresentada por Danckwerts [1951]. A conceito chave dessa teoria é a distribuição do tempo de contato de uma parcela de fluido em um escoamento turbulento com uma interface. Através da distribuição de idades, balanços de massa por processos difusivos podem ser quantificados através de expressões semelhantes a integrações em espaços de probabilidade.

Essa concepção gerou avanços conceituais e experimentais em diversas áreas da ciên-

cia. No âmbito da engenharia química (entre vários outros estudos) descrições teóricas foram apresentadas por Perhnutter (1961), Rao et al. (1971) e Thomas e Fan (1971) que mostraram generalizações da distribuição de idades. Avanços conceituais sobre a característica estocástica do processo de renovação foram apresentados por Seo e Lee (1988) e Fan et al. (1993).

A distribuição de idades “original” (apresentada no artigo de Danckwerts e utilizada na concepção do método fluxo-gradiente proposto por Brutsaert) é a distribuição exponencial. Na época desses artigos não existiam meios de se verificar experimentalmente qual a verdadeira distribuição de idades. Porém com a evolução experimental da atualidade algumas informações sobre a hidrodinâmica da sub-camada interfacial puderam ser inferidas. Na literatura surgiram alguns trabalhos que apresentaram medições diretas do tempo médio de contato \bar{t}_w de elementos de fluido da água em contato com a atmosfera.

O trabalho de Veron et al. (2011) é um exemplo de uma discussão sobre qual a forma da distribuição dos tempos de contato da parte líquida da interface. O aparato experimental para determinar \bar{t}_w descrito pelos autores utiliza marcadores de calor e câmeras infra-vermelhas de alta resolução, para “seguir” um elemento de fluido e medir o tempo de permanência do mesmo na interface da água. Mais detalhes sobre essa abordagem experimental podem ser encontrados nos trabalhos de Garbe et al. (2004) e Atmane et al. (2004).

Apesar dos grandes avanços experimentais ainda falta na TRS algum esforço para formalizar a teoria. Uma maneira de contextualizar a TRS é partir das concepções da mecânica do contínuo e aplicar a separação de Reynolds na equação de conservação de massa. A teoria de renovação superficial tem como conceito fundamental a função que descreve a distribuição de elementos de fluido em uma interface. Um elemento de fluido pode ser visto como os vórtices de menor escala de um escoamento turbulento (microescala de Kolmogorov). Em uma alusão à descrição Lagrangeana da mecânica do contínuo podemos dizer que um elemento de fluido pode ser identificado como um volume material cuja trajetória pode ser identificada no escoamento.

Agora vamos recapitular o problema difusivo da seção 2.2 utilizando a decomposição de Reynolds. Vamos supor que na sub-camada interfacial esteja definido um campo de concentração mássica de vapor de água denotado por (descrição Euleriana da mecânica do contínuo)

$$q = q(x, y, z, t). \quad (4.1)$$

Um elemento de fluido que adentrou a sub-camada interfacial (aqui vamos denotar os tempos de contato por τ) deve satisfazer o problema difusivo

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = v_E \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}; \quad (4.2)$$

$$q(0, \tau) = q_0; \quad (4.3)$$

$$q(z, 0) = q_b; \quad (4.4)$$

$$q(\infty, \tau) = q_b. \quad (4.5)$$

Na expressão acima q_b é a concentração de vapor de água longe da interface e q_0 é a concentração de vapor de água em $z = 0$. Da solução do problema anterior podemos determinar

$$j_D = \rho v_E \frac{\partial q(z=0, \tau)}{\partial z} = \rho (v_E/\pi)^{1/2} \tau^{-1/2} \Delta q_0; \quad (4.6)$$

Essa é a expressão do fluxo instantâneo de um elemento de fluido com idade τ sendo que a concentração mássica de vapor de água é q_h no ar e q_0 na interface ($\Delta q_0 = q_h - q_0$). Do ponto de vista do estudo da turbulência a concentração q_h pode ser decomposta em uma concentração média mais um desvio com média zero. O mesmo pode ser feito para a densidade do ar ρ . Reescrevendo a expressão anterior utilizando a separação de Reynolds nós temos

$$j_D = (v_E/\pi)^{1/2} \tau^{-1/2} (\bar{\rho} + \rho') (\Delta \bar{q}_0 + \Delta q'_0). \quad (4.7)$$

A expressão acima quantifica o fluxo instantâneo de um elemento de fluido com idade τ . O valor esperado do fluxo \bar{j}_D de um elemento com idade τ é calculado através da mediação da expressão anterior

$$\bar{j}_D = (v_E/\pi)^{1/2} \tau^{-1/2} \overline{(\bar{\rho} + \rho') (\Delta \bar{q}_0 + \Delta q'_0)}. \quad (4.8)$$

Aplicando os postulados de Reynolds na expressão acima é possível obter

$$\bar{j}_D = (v_E/\pi)^{1/2} \tau^{-1/2} (\bar{\rho} \Delta \bar{q}_0 + \overline{\rho' \Delta q'_0}). \quad (4.9)$$

Na expressão anterior vamos considerar desprezível o termo $\overline{\rho' \Delta q'_0}$; com isso, o valor esperado do fluxo instantâneo de um elemento de fluido com idade τ fica dado por

$$\bar{j}_D = (v_E/\pi)^{1/2} \tau^{-1/2} \bar{\rho} \Delta \bar{q}_0. \quad (4.10)$$

Dessa concepção, o fluxo de vapor de água E em um dado instante t em uma área interfacial A_T é a soma da contribuição individual do fluxo esperado de todos os elementos de

fluido que constituem a interface em um dado momento, ou seja

$$E = \int_{A_T} \bar{\rho} v_E^{1/2} \pi^{-1/2} \tau(x, y, t)^{-1/2} \Delta \bar{q}_0 dx dy. \quad (4.11)$$

A função que descreve as idades na interface será denotada por $\tau(x, y, t)$. Nessa notação as idades são função também do tempo porque essa concepção é uma alusão a uma descrição Euleriana das idades da superfície. Tal tipo de descrição supõe que os elementos de fluido mudam de posição na interface ao longo do seu tempo de permanência. Neste caso $\tau(x_a, y_a, t_a) = \tau_a$ implica que no ponto (x_a, y_a) e no instante t_a se encontra ("está passando") um elemento de fluido com idade τ_a .

Como τ é função do tempo e não foi realizada nenhuma integração em t no lado direito da expressão anterior, é de se esperar que o fluxo de vapor de água seja função do tempo ($E = E(t)$). A última suposição da TRS diz que existem escoamentos cuja distribuição de τ não muda com o tempo. Tal tipo de escoamento estaria em uma forma de equilíbrio dinâmico. Tal tipo de equilíbrio supõe que a proporção da área A_T ocupada por elementos com diferentes τ 's é igual para todos os instantes de tempo.

Para um escoamento em equilíbrio dinâmico podemos reescrever a expressão anterior como

$$E = \bar{\rho} v_E^{1/2} \pi^{-1/2} \Delta \bar{q}_0 \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \eta^{-1/2} A(\eta) d\eta. \quad (4.12)$$

Na expressão acima $A(\eta)$ é a derivada da distribuição de idades na superfície.

Por causa da similaridade do processo de transferência por difusão entre o estado líquido e gasoso, podemos estender os resultados anteriores para o fluxo F de massa de um gás cuja concentração é c na água e partir diretamente da expressão (4.12). O fluxo de massa F através da sub-camada da água é dado pela expressão

$$F = \bar{\rho} v_F^{1/2} \pi^{-1/2} \Delta \bar{c}_0 \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \eta^{-1/2} W(\eta) d\eta. \quad (4.13)$$

Na expressão acima v_F e $\Delta \bar{c}_0$ são referentes à água. A função $W(\eta)$ é a densidade da distribuição de idades na água. Para não carregar a notação não fizemos uma distinção entre os coeficientes na água e no ar, com exceção do tempo médio de contato \bar{t} que para o ar e a água será denotado como \bar{t}_a e \bar{t}_w respectivamente. Porém quando as grandezas de notação ambigua aparecerem no texto vamos deixar claro com qual meio estamos lidando (água ou ar).

Até o momento foram deduzidas expressões que relacionam os fluxos interfaciais E e F com as distribuições de idades $A(\eta)$ e $W(\eta)$. O próximo passo do desenvolvimento da teoria é determinar possíveis formas para essas distribuições. O modelo proposto originalmente por Danckwerts supõe que os elementos de fluido da interface são continuamente

renovados por um processo aleatório (dessa concepção surgiu o nome da teoria). Um elemento de fluido que acabou de adentrar a sub-camada interfacial tem idade $\tau = 0$ e recebe uma função $\lambda(\tau)$ que é a probabilidade de ele ser renovado por um elemento novo (função do tempo de permanência do volume na sub-camada). Em média é ejetado um elemento de fluido a cada S instantes de tempo. A taxa de renovação $s(\tau) = \lambda(\tau)/S$ é a probabilidade de ser renovado por unidade de tempo que um elemento de fluido vai experimentar durante sua permanência na superfície

Vamos mostrar como determinar a densidade de probabilidade da variável aleatória τ através da taxa de renovação. Buscamos achar uma função $A(\tau)$ tal que

$$Pr[\tau \in (t_1, t_2)] = \int_{t_1}^{t_2} A(\eta) d\eta. \quad (4.14)$$

Na expressão acima τ representa a idade de um elemento escolhido ao acaso na superfície.

A probabilidade de um elemento de fluido ter um tempo de contato entre $(\theta, \theta + d\theta)$ pela definição é dado por

$$\int_0^{\theta+d\theta} A(\eta) d\eta - \int_0^{\theta} A(\eta) d\eta = \int_{\theta}^{\theta+d\theta} A(\eta) d\eta. \quad (4.15)$$

Para um instante de tempo pequeno nós temos (analogia para integrais da aproximação da derivada por uma diferença finita)

$$\int_{\theta}^{\theta+d\theta} A(\eta) d\eta \approx A(\theta) d\theta. \quad (4.16)$$

A probabilidade do tempo de contato de um elemento da interface ter idade entre $(\theta, \theta + d\theta)$ é igual a probabilidade da idade estar no intervalo $(\theta - d\theta, \theta)$ menos a porcentagem dessa probabilidade que mudou ao passar o instante $d\theta$. A sentença anterior pode ser posta como

$$\int_{\theta}^{\theta+d\theta} A(\eta) d\eta = \int_{\theta-d\theta}^{\theta} A(\eta) d\eta - s(\theta) d\theta \int_{\theta-d\theta}^{\theta} A(\eta) d\eta; \quad (4.17)$$

Para instantes $d\theta$ muito pequenos a expressão anterior pode ser aproximada por

$$A(\theta) d\theta = A(\theta - d\theta) d\theta - s(\theta) d\theta [A(\theta - d\theta) d\theta]; \quad (4.18)$$

$$\frac{A(\theta) - A(\theta - d\theta)}{d\theta} = -s(\theta) A(\theta - d\theta). \quad (4.19)$$

Fazendo $d\theta \rightarrow 0$ nós temos

$$\frac{dA}{d\theta} = -s(\theta)A. \quad (4.20)$$

A densidade de probabilidade também deve satisfazer

$$\int_0^{\infty} A(\theta)d\theta = 1. \quad (4.21)$$

A expressão (4.20) pode ser rescrita mudando a letra θ por η . Fazer tal substituição ajuda a manter coerente a notação do restante do capítulo. Para deduzir formas explícitas para $A(\eta)$ basta definir alguma função $s(\eta)$ e resolver (4.20) com a condição de contorno (4.21). A distribuição sugerida por Danckwerts é deduzida considerando uma taxa de renovação constante $s(\eta) = s$. Resolvendo a EDO nós temos

$$A(\eta) = s \exp(-s\eta). \quad (4.22)$$

Essa é a distribuição de idades da teoria original.

A distribuição exponencial é um exemplo de uma função com parâmetro de escala. Como a taxa de renovação tem unidades de T^{-1} podemos mudar sua notação para

$$A(\eta) = S^{-1} \exp(-\eta/S). \quad (4.23)$$

No caso da expressão anterior S tem unidade de tempo e é chamado de parâmetro de escala.

O parâmetro de escala pode ser agregado a qualquer função que atenda a expressão (4.21). Uma função que não tem parâmetro de escala explícito será chamada de função normalizada (denotada por $A_n(u)$). Dada uma função normalizada A_n tal que

$$\int_0^{\infty} A_n(u)du = 1. \quad (4.24)$$

Através de A_n vamos construir a função $A(\eta)$ (versão com escala da função normalizada) da seguinte maneira

$$A(\eta) = (1/S)A_n(\eta/S). \quad (4.25)$$

Da expressão anterior é possível notar que

$$\int_0^{\infty} (1/S)A_n(\eta/S)d\eta = 1. \quad (4.26)$$

Usando essa noção na distribuição exponencial nós temos que a mesma é construída através da inclusão de um parâmetro de escala na função normalizada $A_n = \exp(-u)$.

O parâmetro de escala tem outra propriedade importante: para algum q real é possível

notar que

$$\int_0^\infty \eta^q (1/S) A_n(\eta/S) d\eta = S^q \int_0^\infty u^q A_n(u) du. \quad (4.27)$$

Da expressão acima nós temos que o momento de ordem q da função $A(\tau)$ tem dimensão T^q . Para descarregar a notação no restante do capítulo vamos denotar

$$\|f\|_q = \int_0^\infty x^q f(x) dx. \quad (4.28)$$

Usando a notação acima (essa notação não tem relação direta com a notação de normas de funções) a expressão (4.27) fica

$$\|A\|_q = S^q \|A_n\|_q. \quad (4.29)$$

A expressão acima é o meio de agregar informações físicas na descrição das distribuições de probabilidade de uma maneira geral. Ela foi utilizada no artigo de Brutsaert [1965] de maneira implícita dentro de sua argumentação para o desenvolvimento da análise dimensional da sub-camada interfacial da atmosfera.

Na presente seção e na seção anterior, os resultados clássicos da TRS foram apresentados de uma maneira mais formal que a apresentação usual da literatura. Na próxima seção as expressões (4.20) e (4.21) serão combinadas para deduzir uma nova distribuição de idades.

4.2 Proposta de uma nova distribuição de idades

Na literatura existem três modelos relacionados com a teoria de renovação superficial. O primeiro modelo é baseado em uma distribuição exponencial e foi proposto por Brutsaert [1975a] para parametrizar a sub-camada interfacial da atmosfera. O segundo modelo é um modelo log-normal e foi apresentado por Soloviev e Schlussel (1994) para parametrizar a sub-camada interfacial da água. O terceiro modelo é baseado na distribuição Gama generalizada e foi apresentado por Veron et.al [2011] também em um estudo sobre a interface líquida.

Na época da publicação dos três modelos citados anteriormente ainda não existiam muitas informações sobre a hidrodinâmica das sub-camadas. Na presente seção vamos mostrar que os dados experimentais atuais sugerem que a distribuição de idades tem uma forma diversa das apresentadas na literatura até o momento.

Os trabalhos mais recentes sobre a sub-camada interfacial líquida podem ser vistos em Kermani e Sheng (2008), Kermani et al. (2011) e Turney e Banerjee (2013). Os artigos de Kermani e Sheng (2008) e Kermani et al. (2011) empregam simulação numérica direta

(DNS) para determinar medições de caráter Lagrangeano perto da interface. O trabalho de Turney e Banerjee (2013) apresentou novas técnicas experimentais (técnica 3D-IPIV) para inferir sobre o campo de velocidades de escoamentos na interface além de medir o tempo médio de contato de elementos de fluido com a interface \bar{t}_w .

A principal contribuição dos trabalhos de Kermani e Sheng (2008) e Kermani et al. (2011) é uma argumentação que permite detectar um processo de renovação de um volume de fluido da interface através do valor da divergência do campo bidimensional de velocidades dos pontos materiais que constituem a interface.

Os autores realizaram um estudo com DNS no qual a condição de contorno na superfície é cinematicamente livre. Com essa condição de contorno a superfície é considerada uma superfície material e nenhum ponto pode deixar ou se juntar à interface. De acordo com essa condição de contorno, uma parte da interface somente pode se expandir ou encolher pela influência de um processo de renovação. Decorrente dessa concepção um processo de renovação pode ser identificado através da observação de valores positivos da divergência (denotada por β) da velocidade dos pontos que constituem a interface. Da mesma maneira, um episódio de um súbito aparecimento de valores negativos de β representa um processo de ejeção de um elemento da interface.

Através da analogia entre processos de renovação e valores da divergência interfacial β , podem ser determinados valores da taxa de renovação que elementos de fluido de diferentes idades apresentam em uma superfície livre. Utilizar a taxa de renovação obtida através da divergência na interface para determinar a distribuição de idades através da integração da expressão fundamental da TRS é um método denominado em Kermani et al. (2011) de modelo de renovação superficial modificado. As distribuições de idade esboçadas pelos autores foram obtidas através de integrações numéricas.

Por questões teóricas e práticas é interessante saber se as formas obtidas através das taxas de renovação desses estudos podem ser sintetizadas em uma expressão analítica. A presente seção tem o objetivo de determinar tal tipo de expressão. Essa é a primeira contribuição original do capítulo para o tema.

O primeiro passo para se obter uma forma fechada para a distribuição de idades é determinar uma expressão para a taxa de renovação. Dos trabalhos de Kermani e Sheng (2008) e Kermani et al. (2011) nós temos que a taxa de renovação deve apresentar valores negativos para idades próximas de zero; à medida que o tempo de contato do elemento de fluido aumenta a taxa de renovação do mesmo tende assintoticamente para um valor positivo. Além disso em escoamentos que apresentam uma grande turbulência, podem ocorrer valores negativos grandes para a taxa de renovação em idades iniciais. Esse tipo de situação pode ser vista em Turney e Banerjee (2013), que mensurou valores grandes para a divergência interfacial em alguns escoamentos.

A taxa de renovação da distribuição Gama inversa generalizada $s_{\Gamma}(\eta)$ começa em me-

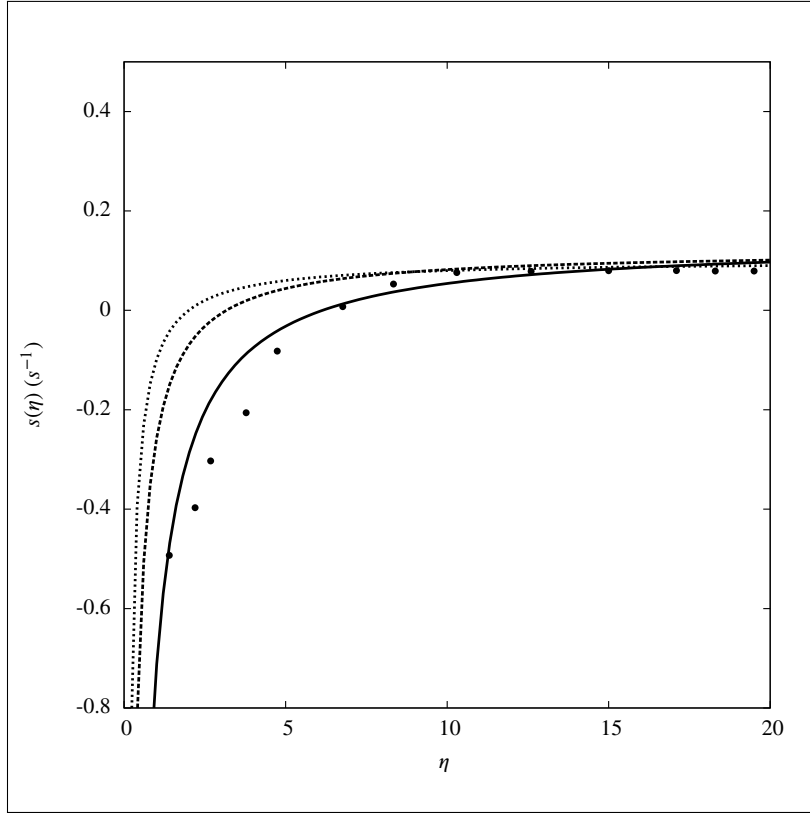


Figura 4.1: Taxa de renovação média obtida na literatura (círculos); lei de potência 4.31 com $a = 1$ e $k = 0$ (linha cheia), $a = 1$ e $k = 0.5$ (linha pontilhada fraca), $a = 1$ e $k = 0.7$ (linha pontilhada forte)

nos infinito e tende assintoticamente para zero; tal taxa de renovação é dada pela expressão

$$s_r(\eta) = \frac{1}{S} \left(a \left(\frac{\eta}{S} \right)^{a-1} - \frac{(1-ka)S}{\eta} \right) \quad a \geq 0. \quad (4.30)$$

Se somarmos uma constante positiva (com valor C) na expressão anterior vamos obter uma função que vem de menos infinito e tende assintoticamente para o valor C .

Somando uma constante na expressão anterior e rearranjando a expressão resultante nós temos

$$s(\eta) = \frac{\psi}{S} \left(1 + a \left(\frac{\eta}{S} \right)^{a-1} - \frac{(1-ka)S}{\psi\eta} \right) \quad a \geq 0. \quad (4.31)$$

A figura 4.1 mostra alguns valores da taxa de renovação obtidos em Kermani e Sheng (2008) comparados com alguns perfis de $s(\eta)$ gerados pela expressão acima. Integrando a expressão (4.20) nós temos

$$W(\eta) = C_N \exp \left(- \int s(\eta) d\eta \right), \quad (4.32)$$

onde C_N é uma constante de normalização dada pela expressão

$$C_N = \left(\int_0^\infty \exp \left(- \int s(\eta) d\eta \right) d\eta \right)^{-1}. \quad (4.33)$$

Como as duas expressões anteriores mostram, a dedução de uma expressão fechada para uma distribuição através da taxa de renovação fica limitada pela complexidade da integral (4.33). Utilizando as leis de potência da expressão (4.31) como taxa de renovação a distribuição de idades fica com a forma

$$W = C_N \exp \left[-\psi \int \left(1/S + (a/S) \left(\frac{\eta}{S} \right)^{a-1} - \frac{(1-ka)}{\psi\eta} \right) d\eta \right]. \quad (4.34)$$

Rearranjando a expressão acima nós temos

$$W = C_N \left(\frac{S}{\eta} \right)^{ka-1} \exp \left[-\psi \left(\frac{S}{\eta} \right)^a \right] \exp \left[-\frac{\psi\eta}{S} \right]. \quad (4.35)$$

A constante de normalização fica

$$C_N = \left(\int_0^\infty \left(\frac{\eta}{S} \right)^{-ka-1} \exp \left[-\psi \left(\frac{\eta}{S} \right) \right] \exp \left[-\psi \left(\frac{S}{\eta} \right)^a \right] d\eta \right)^{-1} \quad (4.36)$$

Essa integral não pode ser posta em formas elementares. Para valores específicos de a ela pode ser representada por funções especiais. A função de Bessel modificada de segundo tipo pode ser definida como

$$K(v, z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \tau^{v-1} \exp \left[-\frac{z}{2}(\tau + \tau^{-1}) \right] d\tau. \quad (4.37)$$

Com isso, se fizermos $a = 1$ o termo C_N fica (levando em conta também que $K(-v, x) = K(v, x)$)

$$C_N^{-1} = \int_0^\infty \left(\frac{\tau}{S} \right)^{-k-1} \exp \left[-\psi \left(\frac{\tau}{S} \right) \right] \exp \left[-\frac{\psi S}{\tau} \right] d\tau. \quad (4.38)$$

Agora vamos fazer a troca de variáveis $u = \tau/S$. A constante de normalização fica

$$C_N^{-1} = S \int_0^\infty u^{k+1} \exp \left[-\psi (u^{-1} + u) \right] du = 2SK(k, 2\psi). \quad (4.39)$$

Com isso a distribuição de idades fica dada por

$$W(\tau) = \frac{\tau^{-k-1}}{2S^k K(k, 2\psi)} \exp \left[-\psi \left(\frac{S}{\tau} + \frac{\tau}{S} \right) \right]. \quad (4.40)$$

A distribuição de probabilidade gerada pela densidade (4.40) é conhecida como distribuição de Halphen tipo A (HA); ela foi apresentada no artigo de Halphen [1940] no contexto de previsões hidrológicas. As propriedades dessa distribuição podem ser vistas em Perreault et al. (1999). Essa forma também apareceu no trabalho de Good (1953), trabalho este que deu origem a uma reparametrização da HA que foi chamada de Gaussiana Inversa Generalizada (GIG). A GIG foi extensivamente estudada e aplicada em diversos ramos da estatística. Entre outros resultados podemos citar os resultados teóricos de Nielsen e Halgreen (1996) e aplicações em problemas práticos da estatística apresentados em Chaudhry e Zubair (1996).

A expressão anterior é uma maneira de sintetizar os resultados de Kermani e Sheng (2008), Kermani et al. (2011) e Turney e Banerjee (2013) em uma expressão fechada. Tal tipo de função pode ser útil em futuros estudos sobre a hidrodinâmica interfacial.

O próximo passo para uma descrição completa da distribuição consiste em parametrizar adequadamente seus coeficientes. A distribuição HA apresenta três parâmetros; o parâmetro de escala S tem unidades de tempo e os parâmetros de forma ψ e k são adimensionais. Na próxima seção vamos aprofundar a nossa argumentação e mostrar que os momentos da distribuição de idades podem ser relacionados com alguns números adimensionais relevantes.

4.3 Construção da análise dimensional da TRS

Na seção anterior uma forma para a distribuição de idades foi deduzida através das características da taxa de renovação obtidas experimentalmente. Existem na literatura mais alguns resultados experimentais que foram determinados independentemente dos trabalhos citados na seção anterior. Na presente seção nós vamos agregar esses resultados com o objetivo de propor uma análise dimensional para a teoria de renovação superficial.

Os esforços experimentais relacionados com a TRS consistem na criação de modelos teóricos para a estimativa de medições de caráter Lagrangeano. Esse tipo de estimativa pôde ser realizada com o desenvolvimento de câmeras infra-vermelha de alta resolução. O uso de sensores de radiação infra-vermelha foi apresentado nos trabalhos de McAlister (1964). O uso de câmeras infra-vermelhas é denominado de método passivo de medição pois não interage com o meio analisado.

Dentre os métodos passivos de medição existe um modelo que permite a estimativa dos

tempos de contato através da análise das imagens geradas pelos sensores infra-vermelho. Esse modelo foi apresentado por Garbe et al. (2004) e é fortemente baseado nos pressupostos da TRS. Com o modelo apresentado por Garbe et al. (2004), os autores sugeriram que a distribuição de idades pode seguir uma distribuição log-normal.

Outra classe de metodologias de estimativas lagrangeanas é denominada de Técnica do Fluxo Controlado (CFT, da sigla em inglês). O CFT consiste em usar as câmeras infra-vermelhas juntamente com marcadores de calor com o objetivo de estimar o fluxo de calor que uma partícula de fluido está experimentando na interface. Esse método foi apresentado por Jahne et al. (1989) e posteriormente aperfeiçoado nos trabalhos de Haubecker et al. (1995), Haubecker (1996), Jahne e Haussecker (1998) e Haubecker et al. (2001). Através da CFT o tempo médio de contato \bar{t}_w de elementos de fluido com a interface pode ser estimado indiretamente. Isso foi feito no trabalho de Veron et al. (2011), que sintetizou vários resultados sobre a teoria de renovação superficial na água. Uma contribuição importante do artigo foi a apresentação da relação entre \bar{t}_w e a velocidade de atrito do ar u_{*a} .

Vamos usar os valores de \bar{t}_w disponibilizados por Veron et al. (2011) juntamente com resultados de outros trabalhos para colocar os parâmetros da distribuição de idades como função de números adimensionais.

Queremos deduzir uma escala de tempo t_s (baseada em um número adimensional G) tal que

$$G = \frac{\bar{t}_w}{t_s}. \quad (4.41)$$

Da expressão acima nós temos

$$\bar{t}_w = G t_s. \quad (4.42)$$

Para procurar t_s vamos utilizar a seguinte forma

$$t_s = t_c^a t_k^b. \quad (4.43)$$

Na expressão anterior devemos ter $a + b = 1$. Substituindo os valores de t_c e t_k (expressões 3.12 e 3.32) na expressão anterior a escala t_s fica com a forma

$$t_s = \left(\frac{v_\tau}{u_*^2} \right)^a \left(\frac{v_\tau z_0}{u_*^3} \right)^{b/2}. \quad (4.44)$$

Para interfaces água-ar é possível parametrizar z_0 como função de u_* através da expressão de Charnock. Com isso, é possível obter

$$t_s = \left(\frac{v_\tau}{u_*^2} \right)^a \left(\frac{v_\tau 0.1}{g u_*} \right)^{b/2}. \quad (4.45)$$

Do trabalho de Veron et.al [2011] verificou-se que \bar{t}_w é proporcional a $u_*^{-3/2}$ (figura 4.2). Para o tempo médio ter $u_*^{-3/2}$ na sua composição devemos ter

$$2a + b/2 = 3/2 \quad (4.46)$$

Pela expressão acima e pela relação $a + b = 1$ nós temos que $a = 2/3$ e $b = 1/3$. Com isso nós temos que a escala que replica os tempos médios de contato medidos em campo é dada por

$$t_s = t_c^{2/3} t_k^{1/3}. \quad (4.47)$$

Essa é uma nova escala de tempo interfacial para o regime de convecção forçada. Na expressão acima vamos considerar a relação

$$\bar{\rho}_a u_{*a}^2 = \bar{\rho}_w u_{*w}^2. \quad (4.48)$$

Combinando as duas expressões anteriores nós temos

$$t_s = 0.1^{1/6} \left(\frac{\bar{\rho}_w}{\bar{\rho}_a} \right)^{3/4} v_\tau^{5/6} g^{-1/6} u_{*a}^{-3/2}. \quad (4.49)$$

Através da expressão anterior o valor de $G \approx 113.871$ foi obtido com os valores apresentados na figura 4.2. Com o valor de G e a definição de t_s , o parâmetro de escala fica inserido em uma relação adimensional. Da definição do tempo médio de contato nós temos

$$\bar{t}_w = S \|W_n\|_1 = G t_s. \quad (4.50)$$

Com isso nós temos a seguinte relação entre números adimensionais

$$\frac{S}{t_s} = \frac{G}{\|W_n\|_1}. \quad (4.51)$$

Para explorar a utilidade da expressão anterior vamos voltar para a expressão fundamental da TRS. Da seção anterior o fluxo de massa de gás F fica dado por

$$F = \bar{\rho}_w v_F^{1/2} \pi^{-1/2} \Delta \bar{c}_0 \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \eta^{-1/2} W(\eta) d\eta. \quad (4.52)$$

Aproximando a distribuição $W(\eta)$ por uma função definida em \mathbb{R}_+ nós temos

$$F = \bar{\rho}_w v_F^{1/2} \pi^{-1/2} \Delta \bar{c}_0 \int_0^\infty \eta^{-1/2} W(\eta) d\eta. \quad (4.53)$$

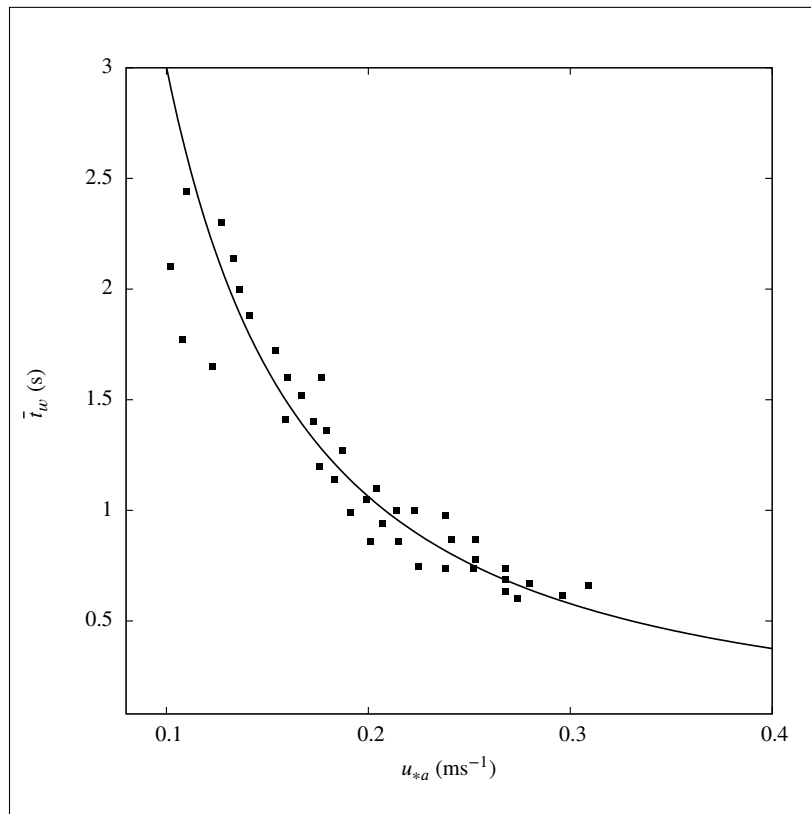


Figura 4.2: Tempo médio de contato da água \bar{t}_w como função da velocidade de atrito no ar u_{*a} obtidos em Veron et.al [2011] (quadrados); curva da expressão 4.41 com $G = 113.871$ (linha preta)

Das propriedades do parâmetro de escala podemos reescrever a expressão acima como

$$F = \overline{\rho_w} v_F^{1/2} \pi^{-1/2} \Delta \overline{c_0} S^{-1/2} \|W_n\|_{-1/2}. \quad (4.54)$$

Substituindo o valor de S obtido pela expressão (4.51) na equação anterior é possível obter

$$F = \overline{\rho_w} (v_F/t_s)^{1/2} \pi^{-1/2} G^{-1/2} \|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} \Delta \overline{c_0}. \quad (4.55)$$

A equação anterior é a equação fundamental da TRS que está de acordo com a dependência de \bar{t}_w com $u_*^{-3/2}$ obtida experimentalmente.

Na próxima seção iremos mostrar que a TRS proposta para a água na literatura está apresentando uma inconsistência lógica (incompatibilidade com os resultados experimentais) e uma condição de contorno precisa ser alterada para o caso do transporte de calor.

4.4 Proposta de uma alteração na condição de contorno da TRS

Como foi mostrado no capítulo 3 é possível escolher algumas grandezas de um escoamento turbulento e propor números adimensionais com uma certa generalidade. Com isso, fluxos superficiais podem ser modelados com um grau aceitável de acurácia. Também foi mostrado no capítulo 3 que deduzir e calibrar as parametrizações dos fluxos superficiais não depende diretamente do uso da TRS(e de nenhum modelo mecanicista). Com isso, devemos ver a calibração de números adimensionais propostos na literatura como um “fato” empírico independente de um modelo mecanicista para ser obtido. Usando esta perspectiva, algum modelo mecânico que visa descrever a sub-camada interfacial deve reproduzir as parametrizações para os fluxos superficiais apresentados na literatura.

Nesta seção vamos como reproduzir o resultado de parametrizações para os fluxos superficiais da literatura através da expressão (4.55). Uma vez deduzida uma expressão que liga a TRS com as equações obtidas através de análises dimensionais, então a teoria de renovação pode se beneficiar com a possibilidade de reproduzir através de seus argumentos expressões mais gerais que as aplicações anteriores propostas na literatura.

Na literatura existem vários trabalhos que apresentaram parametrizações para o fluxo de massa de gás F e para o gradiente de concentração $\Delta \overline{T}_0$ ocorrendo na sub-camada interfacial. O modelo baseado na TRS para a parametrização de $\Delta \overline{T}_0$ e F na água foi apresentado em Soloviev e Schlussel (1994) e é baseado em uma distribuição log-normal. Para começar a nossa argumentação vamos mostrar que o modelo proposto por Soloviev (especificamente para o transporte de calor) não consegue reproduzir a relação entre \bar{t}_w e

u_* mostrado no trabalho de Veron et.al [2011].

O modelo proposto por Soloviev supõe que um elemento de fluido quando adentra a sub-camada interfacial tem sua temperatura regida pelas equações

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = v_E \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad (4.56)$$

$$\rho v_H c_p \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial z} = Q_N; \quad (4.57)$$

$$T(z, 0) = T_h; \quad (4.58)$$

$$T(\infty, \tau) = T_h. \quad (4.59)$$

Nas expressões acima Q_N é o fluxo total de calor através da sub-camada (soma do fluxo de calor sensível e latente). Essa alteração de uma condição de contorno de Dirichlet para a condição de contorno de Neumann da expressão (4.57) nos leva a dedução da expressão

$$Q_N = \overline{\rho_w} c_p (v_H / t_s \pi)^{1/2} G^{-1/2} \|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{1/2}^{-1} \Delta \overline{T}_0. \quad (4.60)$$

Na expressão acima Q_N é o fluxo total de calor e \overline{T}_0 é o gradiente de temperatura na sub-camada interfacial. As diferenças entre as expressões para F e Q_N se devem às diferenças nas condições de contorno do problema difusivo para o transporte de massa de gás (condição de contorno de Dirichlet) e calor (condição de contorno de Neumann).

A parametrização resultante do modelo de Soloviev é dada por

$$Q_N = \overline{\rho_w} c_p v_H^{1/2} t_c^{-1/2} \Delta \overline{T}_0 13.3^{-1}. \quad (4.61)$$

Temos que verificar agora se existem funções $W(\eta)$ que façam a expressão 4.60 virar a expressão 4.61. Comparando as duas expressões anteriores é possível deduzir a segunda relação para os momentos de W_n

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{1/2}^{-1} = 13.3^{-1} Re_0^{-1/12} \pi^{-1/2} G^{1/2}. \quad (4.62)$$

Para números de Reynolds $Re_0 > 2$ o lado direito da expressão acima nunca é maior que 1. Com isso, podemos verificar que a distribuição log-normal não consegue satisfazer a expressão anterior.

A log-normal aparece no livro de Crooks (2017) como

$$W(\tau) = \frac{u^{-1}}{\sqrt{2\pi}\beta} \exp\left\{-\frac{[\ln(u) - \mu]^2}{2\beta^2}\right\}, \quad u = \frac{\tau}{S}. \quad (4.63)$$

Na expressão acima $\beta > 0$ e $\mu \in \mathbb{R}$.

A log-normal tem o momento de ordem q dado por

$$\|W\|_q = S^q \exp(q\mu + \beta^2 q^2/2). \quad (4.64)$$

Pela expressão acima nós temos

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = \exp(-\mu/2 + \beta^2/8)(\exp(\mu + \beta^2/2))^{1/2}. \quad (4.65)$$

Podemos rearranjar a expressão anterior como

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = \exp(5\beta^2/8) \quad (4.66)$$

Da expressão acima, como $\beta > 0$ então $\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} > 1$. Sendo assim, a distribuição log-normal não consegue reproduzir os valores de \bar{t}_w obtidos experimentalmente.

Na realidade, até onde nós sabemos, não existem distribuições que satisfaçam a desigualdade $\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} < 1$. Como conclusão da argumentação desenvolvida anteriormente, podemos falar que o modelo proposto para o transporte de calor por Soloviev e Schluskel (1994) está apresentando incompatibilidade com resultados experimentais. Para sanar esse problema vamos alterar a condição de contorno (4.57) para a expressão

$$T(0, \tau) = T_0. \quad (4.67)$$

Utilizando as mesmas condições de contorno para o transporte de massa e energia nós temos que os fluxos F e Q_N se darão por processos similares. Com isso, a expressão para o fluxo de calor fica

$$Q_N = \overline{\rho_w} c_p (v_H/t_s)^{1/2} \pi^{-1/2} G^{-1/2} \|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} \Delta \overline{T_0}. \quad (4.68)$$

Através da expressão acima podemos obter

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = 13.3^{-1} \pi^{1/2} G^{1/2} Re_0^{-1/12}. \quad (4.69)$$

Através da expressão (4.69) é possível obter a expressão (4.61) e também

$$F = \overline{\rho_w} v_F^{1/2} t_c^{-1/2} \Delta c_0 13.3^{-1}. \quad (4.70)$$

Para o caso de convecção forçada a expressão acima está de acordo com os resultados das análises dimensionais da literatura sintetizados nos trabalhos de Soloviev e Schlussel (1994) e Lorke e F. Peetres (2006). Para o modelo funcionar para uma faixa maior de números de Reynolds vamos alterar a constante 13.3^{-1} da expressão (4.69) para 10^{-1} . Essa alteração não muda qualitativamente os valores modelados dos fluxos superficiais Q_N e F . Com essa alteração o modelo aqui proposto funciona para números de Reynolds de rugosidade $Re_0 > 2$.

Essa alteração na condição de contorno para o transporte de calor é necessária se quisermos deduzir parametrizações que estão de acordo com os dados obtidos experimentalmente. Na próxima seção nós vamos fazer uma síntese do que foi discutido nas últimas três seções.

4.5 Discussão

Nas duas seções anteriores foram apresentados alguns resultados relacionados com a TRS para a parte líquida da interface. O primeiro resultado é a determinação de uma expressão fechada para a distribuição de idades obtida com a taxa de renovação estimada nos trabalhos de Kermani e Sheng (2008) e Kermani et al. (2011). Tal tipo de expressão para $W(\eta)$ sintetiza as informações experimentais em uma forma que pode ser útil em futuros trabalhos.

A figura 4.3 mostra a taxa de renovação da distribuição HA juntamente com a taxa de renovação da distribuição log-normal comparada com a taxa de renovação obtida experimentalmente. Como pode ser visto, a distribuição log-normal não consegue reproduzir o comportamento observado da taxa de renovação apresentada na literatura. O comportamento da taxa de renovação observada no trabalho de Kermani et.al [2009] também não pode ser replicado pela distribuição exponencial (taxa de renovação positiva constante), pela distribuição gama generalizada (taxa de renovação positiva tendendo a zero no infinito) e pela distribuição gama inversa generalizada (taxa de renovação negativa tendendo a zero no infinito).

A segunda contribuição deste texto para o desenvolvimento da teoria é a proposta de uma metodologia que permite (através dos argumentos da TRS) a construção de coeficientes de transferência com formas mais gerais que as parametrizações apresentadas na literatura.

A metodologia descrita a seguir tem a finalidade de responder as seguintes pergun-

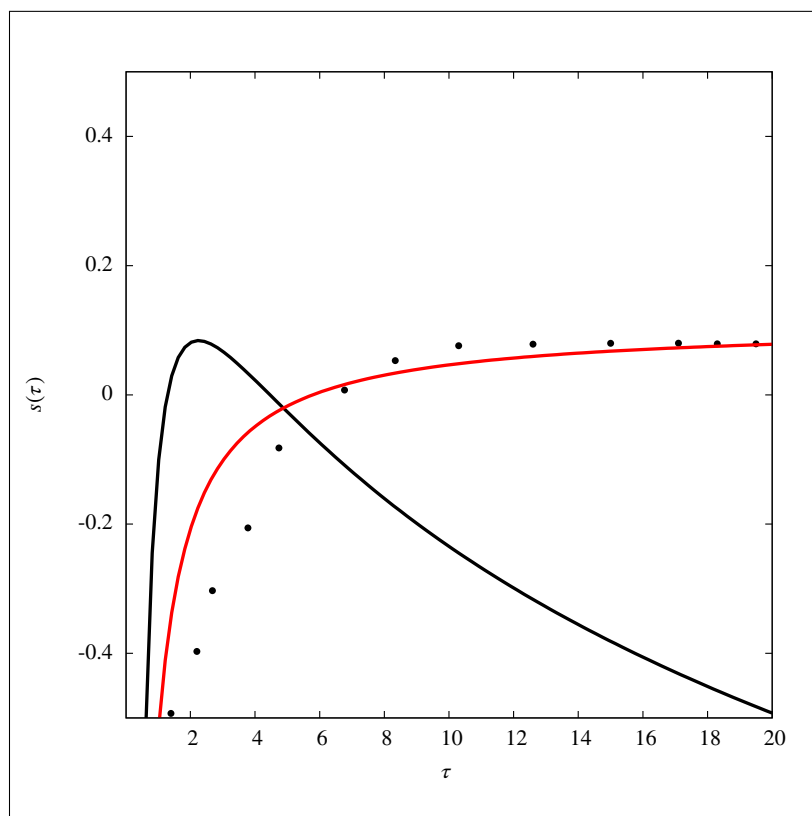


Figura 4.3: Taxa de renovação média obtida na literatura (círculos); taxa de renovação da distribuição HA (linha vermelha), taxa de renovação da distribuição log-normal (linha preta)

tas: como determinar a forma do número adimensional que melhor parametriza o fluxo de massa de F de algum gás através da sub-camada interfacial dadas que as grandezas possíveis de serem obtidas em campo são $\Delta\bar{c}_0$ e u_* ? Qual a distribuição de idades que consegue reproduzir da melhor maneira possível os fluxos superficiais e os valores do tempo médio \bar{t} de contato obtidos em experimentos?

O primeiro passo da metodologia consiste em explicitar as grandezas características do escamento. Para o transporte de massa através da sub-camada interfacial vamos considerar que os números adimensionais são compostos pelas grandezas F , $\Delta\bar{c}_0$, u_* , g , $\bar{\rho}$, v_F e v_τ . Escolher tal conjunto de grandezas é relevante do ponto de vista prático porque ele é o menor conjunto de grandezas que permite a construção de formas mais gerais para os números dimensionais relevantes para a teoria. Como foi mostrado na seção anterior, podemos procurar parametrizações do fluxo superficial com a forma

$$F = A_2 u_*^{b_2} \Delta\bar{c}_0; \quad (4.71)$$

com A_2 e b_2 sendo constantes que podem ser obtidas experimentalmente. A princípio é necessário somente determinar o valor numérico das constantes A_2 e b_2 sem se preocupar com as dimensões, pois qualquer expressão com a forma anterior pode ser obtida através da definição de um número adimensional. A expressão 4.71 é a forma mais geral possível para a parametrização do fluxo superficial de massa supondo medidas F , u_* e $\Delta\bar{c}_0$. Um procedimento de otimização determinará os valores de A_2 e b_2 respondendo o questionamento de qual o número adimensional que melhor parametriza o fluxo superficial de massa através da sub-camada interfacial. Com os valores numéricos de A_2 e b_2 podemos estimar uma nova escala de tempo com $u_*^{-2b_2}$ em sua composição. Essa escala terá a forma geral $t_n = t_c^{c_2} t_k^{d_2}$, onde t_c e t_k são dados pelas expressões 3.12 e 3.32. Com a definição de t_n é possível quantificar o número adimensional C_n definido como

$$F = \bar{\rho}(v_F/t_n)^{1/2} \Delta\bar{c}_0 C_n. \quad (4.72)$$

A escala de tempo t_n e o coeficiente C_n são informações importantes para a descrição da distribuição de idades. Outra grandeza possível de ser obtida em interfaces água-ar é o tempo médio de contato \bar{t} . Através dos valores do tempo médio e da velocidade de atrito é possível estimar os coeficientes A_1 e b_1 da seguinte expressão

$$\bar{t}_w = A_1 u_*^{b_1}. \quad (4.73)$$

Uma vez quantificados os valores ótimos de A_1 e b_1 é possível determinar uma escala de tempo que tenha a potência $u_*^{b_1}$ na sua composição. Essa nova escala interfacial terá a forma geral $t_s = t_c^{c_1} t_k^{d_1}$. Com a definição de t_s é possível quantificar o número adimensional

G definido por

$$\bar{t}_w = G t_s. \quad (4.74)$$

Comparando a equação (4.55) e (4.72) com a expressão acima nós temos

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = \pi^{1/2} G^{1/2} C_n (t_n/t_s)^{1/2}. \quad (4.75)$$

O lado direito da expressão acima é sempre função do número de Reynolds de rugosidade. Para ver isso vamos analisar a razão

$$t_n/t_s = t_c^{c_2-c_1} t_k^{d_2-d_1}. \quad (4.76)$$

Como $c_1 + d_1 = 1$ e $c_2 + d_2 = 1$, então

$$t_n/t_s = t_c^{d_1-d_2} t_k^{d_2-d_1} = (t_c/t_k)^{d_1-d_2}. \quad (4.77)$$

Do capítulo 3 nós temos que $t_k/t_c = Re_0^{1/2}$. Com isso, é possível obter

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = \pi^{1/2} G^{1/2} C_n Re_0^{\frac{d_2-d_1}{4}}. \quad (4.78)$$

A expressão acima é uma fórmula que permite o calculo dos parâmetros da distribuição de idades que faz a TRS reproduzir da melhor maneira possível os fluxos superficiais assim como a relação entre \bar{t}_w e u_* dadas que as parametrizações são formadas com F , $\Delta \bar{c}_0$, u_* , g , ν_F e ν_τ .

Vamos agora utilizar a distribuição HA como exemplo para mostrar como funciona a metodologia descrita anteriormente. Dos dados disponibilizados em Veron et.al [2011] é possível estimar $c_1 = 2/3$, $d_1 = 1/3$ e $G = 113.876$. Para casos aerodinamicamente rugosos uma parametrização recorrente na literatura (propostos nos trabalhos de Soloviev e Schluskel (1994) e Lorke e F.Petres (2006)) fornece $c_2 = 1$, $d_2 = 0$ e $C_n \approx 10^{-1}$. Substituindo esses valores na expressão 4.78 nós temos

$$\|W_n\|_1^{1/2} \|W_n\|_{-1/2} = \pi^{1/2} G^{1/2} C_n Re_0^{-1/12}. \quad (4.79)$$

O momento de ordem q da HA é dado pela expressão

$$\|W\|_q = S^q \|W_n\|_q = S^q \frac{K(k-q, 2\psi)}{K(k, 2\psi)} \quad k > 0. \quad (4.80)$$

Combinando as expressões (4.80) e (4.69) nós temos

$$\left(\frac{K(k-1, 2\psi)}{K(k, 2\psi)} \right)^{1/2} \frac{K(k+1/2, 2\psi)}{K(k, 2\psi)} = C_n \pi^{1/2} G^{1/2} Re_0^{-1/12}. \quad (4.81)$$

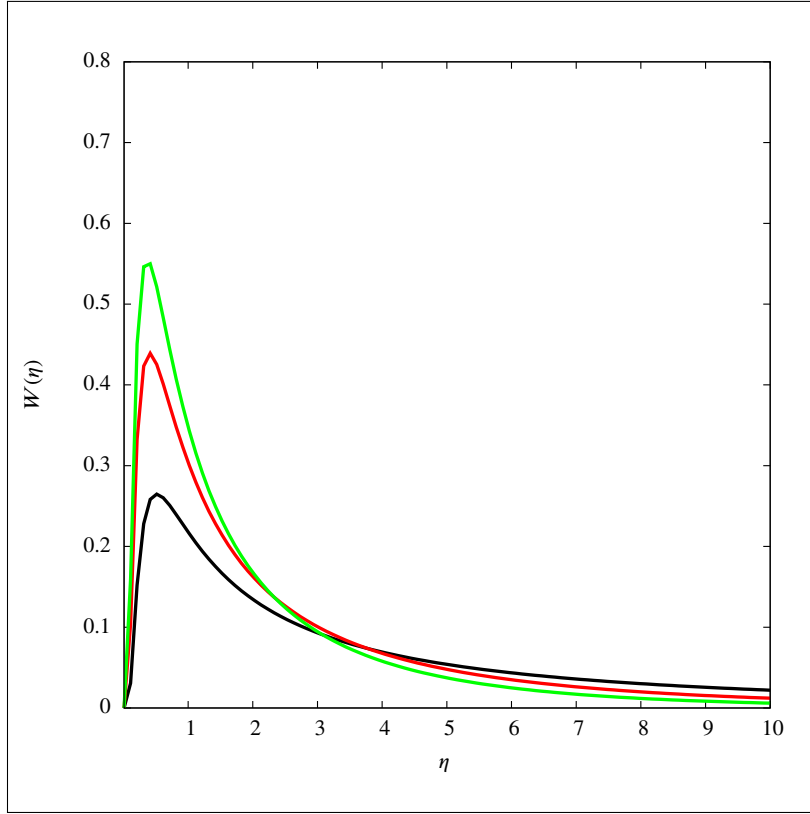


Figura 4.4: Distribuição de idades HA para $Re_0 = 2$ (preto); $Re_0 = 10$ (vermelho); $Re_0 = 20$ (verde).

De acordo com a figura 4.1 a taxa de renovação estimada experimentalmente fica melhor aproximada se considerarmos $k = 0$. Pela expressão anterior

$$\left(\frac{K(-1, 2\psi)}{K(0, 2\psi)} \right)^{1/2} \frac{K(1/2, 2\psi)}{K(0, 2\psi)} = C_n \pi^{1/2} G^{1/2} Re_0^{-1/12}. \quad (4.82)$$

Com a expressão acima é possível determinar ψ para diferentes Re_0 . Uma vez determinado o valor de ψ é possível estimar S através da relação

$$\frac{S}{t_s} = \frac{G}{\|W_n\|_1}. \quad (4.83)$$

Com a definição de S e $W_n(u)$ nós temos a descrição completa da distribuição de idades para casos $Re_0 > 2$. As figuras 4.4 e 4.5 mostram a forma da distribuição de idades para diferentes números de Reynolds de rugosidade. Essas são as formas para a distribuição de idades deduzidas com o menor grau de liberdade até o momento. Acreditamos que o procedimento descrito nesta seção possa ajudar o desenvolvimento de uma descrição mais detalhada da distribuição de idades em futuras investigações.

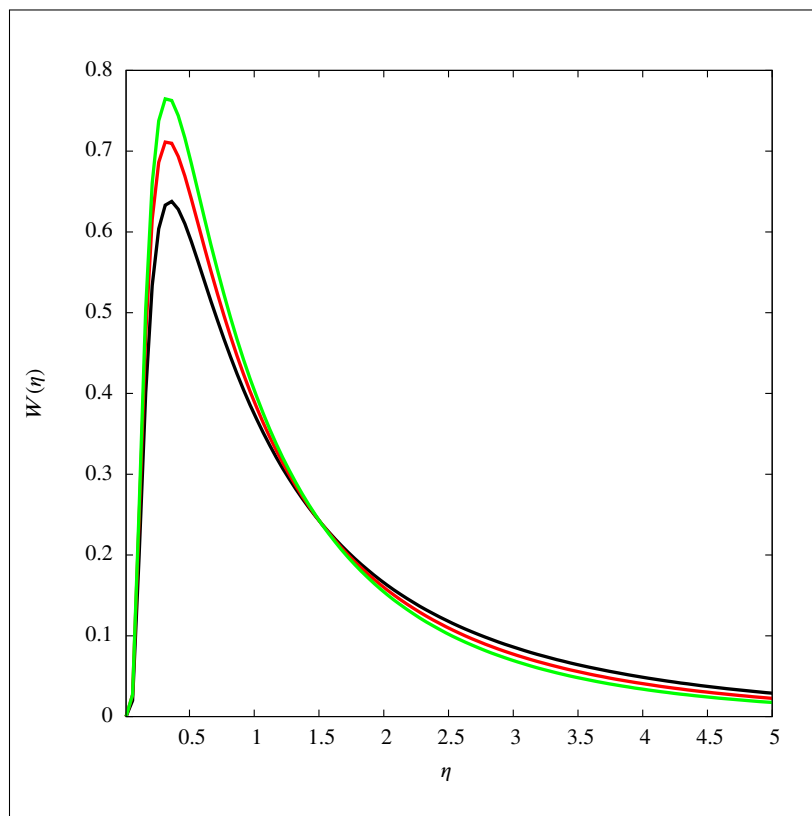


Figura 4.5: Distribuição de idades HA para $Re_0 = 30$ (preto); $Re_0 = 40$ (vermelho); $Re_0 = 50$ (verde).

Capítulo 5

Conclusões e Recomendações

O presente texto apresentou duas aplicações das técnicas da análise dimensional no estudo da hidrodinâmica perto das sub-camadas interfaciais. A primeira aplicação diz respeito a sub-camada interfacial do ar e consistiu na proposta de novos números adimensionais referentes à interfaces lago-atmosfera.

O primeiro resultado foi a calibração do parâmetro de Charnock. O valor encontrado pelos nossos dados foram próximos de outros trabalhos realizados em águas rasas. Considerar esse aumento com relação ao oceano na constante de Charnock em águas rasas é importante pois modelos que utilizam z_0 como entrada podem subestimar os seus resultados ao utilizar um z_0 menor que o real.

Outro resultado foi a calibração do MFG para prever fluxos de vapor de água. O processo de descobrir uma forma para o número de Dalton interfacial k_{E0} (calibrar os fluxos de vapor de água) ajudou a concepção de um modelo que pode ser visto como uma extensão natural do modelo apresentado por Brutsaert [1965, 1975a, 1975b]. Essas extensões consistem em uma alteração nos números k_{E0} e k_{H0} , alterações que contêm um parâmetro de calibração com sentido físico bem definido.

A segunda parte do trabalho utiliza a análise dimensional para sintetizar e unir resultados experimentais diversos sobre TRS em uma única exposição do tema. O primeiro resultado foi a utilização dos dados apresentados por Veron et.al [2011] para determinar uma relação entre o parâmetro de escala S e o momento (adimensional) de primeira ordem $\|W_n\|_1$ da distribuição de idades da água.

O próximo passo foi a dedução de expressões que vinculam os dados de Veron et.al [2011] com as equações que parametrizam os fluxos superficiais na sub-camada. Verificou-se que a condição de contorno da TRS para o transporte de calor usualmente utilizado na literatura não está coerente com as medições de campo. Com isso, é necessário para o caso do calor mudar a condição de contorno do tipo Neumann para Dirichlet. Essa alteração é uma questão fundamental da teoria, pois alguns resultados experimentais dependem da condição e contorno utilizada.

Por último, os dados obtidos com DNS e técnicas de visualização 3D foram utilizados

para a dedução de uma distribuição de probabilidade (distribuição HA) nunca utilizada antes no contexto de distribuição de idades. Verificou-se que a distribuição HA consegue aproximar o comportamento assintótico da taxa de renovação obtida experimentalmente. Tal aproximação não pode ser atingida pelas outras distribuições consideradas até o momento (log-normal, gama generalizada, etc.).

Utilizando a distribuição HA juntamente com as equações deduzidas no capítulo 4 nós temos (para ventos moderados e fortes) uma teoria que está de acordo com a maior parte dos resultados experimentais apresentados na literatura. Tais tipos de concepções que integram resultados de diferentes abordagens para o tema são importantes para o entendimento dos processos de transferência nas sub-camadas interfaciais como um todo.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Projeto de Pesquisa FUNPAR 2882 com recursos provenientes da CHESF (Centrais Elétricas do São Francisco SA), como um sub-projeto do Projeto BALCAR (Emissões de Gases de Efeito Estufa por Reservatórios de Usinas Hidrelétricas) sob a liderança do CEPEL/ELETROBRAS, em resposta à chamada ANEEL 009/2008.

Referências Bibliográficas

- Anctil, F. e Donelan, M. (1996.). Air-Water Momentum Flux Observations Over Shoaling Waves. *J. Physical. Oceanography.*, 26:1344–1354.
- Armani, F. A. S. (2014). Fluxos turbulentos de gás carbônico no reservatório da Usina Hidroelétrica de Itaipu. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental (PPGEA/UFPR).
- Armani, F. A. S., Dias, N. L., Crivellaro, B. L., e Chor, T. L. G. (2013). Fluxos turbulentos de dióxido de carbono sobre o reservatório da usina hidrelétrica de Itaipu – PR. *Ciência e Natura*, Volume Especial:128–132.
- Atmane, M. A., Asher, W. E., e Jessup, A. T. (2004). On the use of the active infrared technique to infer heat and gas transfer velocities at the air-water free surface. *J. Geophys. Res.*, 109:1805–1825.
- Banerjee, S. (1990). Turbulence structure and transport mechanisms at interfaces. In Ninth International Heat Transfer Conference. *In Ninth International Heat Transfer Conference, Keynote Lectures, vol. 1.*
- Banerjee, S., Scott, D., e Rhodes, E. (1968). Mass transfer to falling wavy liquid films in turbulent flow. *Ind. Engng Chem. Fundam.*
- Banner, M. (1990). The influence of wave breaking on the surface pressure distribution in wind wave interaction. *J. Fluid Mech.*
- Batchelor, G. K. e Proudman, I. (1954). The effects of rapid distortion of a fluid in turbulent motion. *Q J Mech. Appl Maths*, 7:83–103.
- Bradley, E., Coppin, P., e Godfrey, J. (1991a). Measurements of sensible and latent heat flux in the western tropical Pacific Ocean. *Journal of geophysical research.*
- Bradley, E., Coppin, P. A., e Godfrey, J. (1991b). Measurements of sensible and latent heat flux in the western tropical Pacific Ocean. *J. Geophys. Res.*, páginas 3375–3389.

- Bradley, E., Fairall, C., Hare, J., e Grachev, A. (2000). An old and improved bulk algorithm for air-sea fluxes: COARE 2.6A. Preprints, 14th Symp. on Boundary Layer and Turbulence. *Amer. Meteor. Soc.*, páginas 294–296.
- Brush, S. (1965). *Kinetic Theory, vol. 1. The Nature of Gases and of Heat*. Pergamon Press.
- Brutsaert, W. (1965). A Model for Evaporation as a Molecular Diffusion Process into a Turbulent Atmosphere. *J. of Geophys. Res.*, 70:5017–5024.
- Brutsaert, W. (1975a). The roughness length for water vapor, sensible heat and other scalars. *J. Atmos. Sci.*, 32:2028–2031.
- Brutsaert, W. (1975b). A Theory for Local Evaporation (or Heat Transfer) From Rough and Smooth Surfaces at Ground Level. *Water Resour. Res.*, 11:543–550.
- Chang, H. e Grossman, R. L. (1999). Evaluation of bulk surface flux algorithms for light wind conditions using data from the Coupled Ocean–Atmosphere Response Experiment (COARE). *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*
- Charnock, H. (1955a). Wind stress on a water surface. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 81:639–640.
- Charnock, H. (1955b). Wind stress on a water surface. *Quart. J. Roy.*, 81:639–640.
- Chaudhry, M. e Zubair, S. (1996). Generalized incomplete gamma functions with applications. *Journal of Computational and Applied Mathematics*.
- Clayson, C., Fairall, C., e Curry, J. (1996). Evaluation of turbulent fluxes at the ocean surface using surface renewal theory. *jgr*, páginas 503–513.
- Crooks, D. E. (2017). Field guide to continuous probability distributions. Obtido em: <http://threeplusone.com/FieldGuide.pdf>.
- Danckwerts, P. (1970). *Gas-Liquid Reactions*. McGraw-Hill, London.
- Danckwerts, P. V. (1951). Significance of liquid-film coefficients in gas absorption. *Industrial and Engineering Chemistry*, 43:1460–1467.
- Drennan, W. M., Graber, H., Hauser, D., e Quentin, C. (2003). On the wave age dependence of wind stress over pure wind seas. *J. Geophys. Res.*, 108.
- Drennan, W. M. e Yelland, P. K. T. M. J. (2005). Parameterizing the sea surface roughness. *J. Phys. Oceanogr.*, 35:835–848.

- Fairall, C., Bradley, E., Rosers, D., Edson, J., e young, G. (1996a). Bulk parameterization of air-sea fluxes for Tropical Global Atmosphere Coupled-Ocean Atmosphere Response Experiment. *Journal of geophysical research*, 20:751–796.
- Fairall, C. W., Bradley, E. F., Godfrey, J. S., Wick, G. A., Edson, J. B., e Young, G. S. (2003a). Cool skin and warm layer effects on sea surface temperature. *J. Geophys. Res.*
- Fairall, C. W., Bradley, E. F., e Grachev, A. A. (2003b). Bulk Parameterization of Air Sea Fluxes: Updates and Verification. *American Meteorological Society*, 16:571–592.
- Fairall, F., Bradley, E., Godfrey, J. S., Wick, G. A., Edson, J. B., e Young, G. S. (1996b). Cool skin and warm layer effects on the sea surface temperature. *J. Geophys. Res.*, 101:1295–1308.
- Fan, L. T., Shen, B. C., e Chou, S. T. (1993). The Surface-Renewal Theory of Interphase Transport; A Stochastic Treatment. *Chemical Engineering Journal*, 48:3871–3982.
- Forstecue, G. e Pearson, J. (1967). On gas absorption into a turbulent liquid. *Chem. Engng Sci.*
- Garbe, C. S., Schimpf, U., e Jahne, B. (2004). A surface renewal model to analyze infrared image sequences of the ocean surface for the study of air-sea heat and gas exchange. *J. Geophys. Res.*, 109:1029–1036.
- Geernaert, G. L., Larsen, S. E., e Hansen, F. (1987). Measurements of the wind stress, heat flux and turbulence intensity during storm conditions over the North Sea. *J. of Geophys. Res.*, 92:127–139.
- Good, I. (1953). The population frequencies of species and the estimation of population parameters. *Biometrika*, 40:237–260.
- Hare, J., Hara, T., Edson, J. B., e Wilczak, J. M. (1995). A similarity analysis of the structure of airflow over surface waves. *J. Phys. Oceanogr.*
- Hare, J. E., Fairall, C. W., McGillis, W. R., Edson, J. B., Ward, B., e Wanninkhof, R. (2004). Evaluation of the National Oceanic and Atmospheric Administration/Coupled-Ocean Atmospheric Response Experiment (NOAA/COARE) air-sea gas transfer parameterization using GasEx data. *J. Geophys. Res.*, 109:1889–1892.
- Haubecker, H. (1996). *Messung und simulation von kleinskaligen austauschvorgangen an de ozeanoberfläche mittels thermographie*. Tese de Doutorado, University of Heidelberg.

- Haubecker, H., Reinelt, S., e Jahne, B. (1995). Heat as a proxy tracer for gas exchange measurements in the field: Principles and technical realization. *Air-Water Gas Transfer*. *Aeon-Verlag*, página 405-413.
- Haubecker, H., Schimpf, U., Garbe, C. S., e Jahne, B. (2001). Physics from IR image sequences: Quantitative analysis of transport models and parameters of air-sea gas transfer. *Gas Transfer at Water Surfaces*, *Geophys. Monogr. Amer. Geophys. Union.*, 127:103-108.
- Higbie, R. (1935). The Rate of Absorption of a Pure Gas into a Still Liquid During Short Periods of Exposure. *American Institute of Chemical Engineers*, 31:365-389.
- Hsu, S. (1974). A dynamic roughness equation and its application to wind stress determination at the air-sea interface. *J. Phys. Oceanogr.*, 4:116-120.
- Jahne, B. e Haussecker, H. (1998). Air-Water Gas Exchange. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38:443-473.
- Jahne, B., Libner, P., Fisher, R., Billen, T., e Plate, E. J. (1989). Investigating the transfer processes across the free aqueous viscous boundary layer by the controlled flux method. *Tellus.*, 41:177-195.
- Johnson, H. K., Hojstrup, J., Vested, H. J., e Larsen, S. E. (1998). On the dependence of sea surface roughness on wind waves. *J. Phys. Oceanogr.*, 28:1702-1716.
- Kawai, S. (1981). Visualization of airflow separation over wind-wave crests under moderate wind. *Boundary Layer Meteorol.*
- Kermani, A. e Sheng, L. (2008). Surface age of surface renewal in turbulent interfacial transport. *Geophys. Res. Lett.*, 37.
- Kermani, A., Sheng, L., Khakpour, H. R., e Igusa, T. (2011). Statistics of surface renewal of passive scalars in free-surface turbulence. *J. Fluid Mech.*, 678:379-416.
- Kitaigorodskii, S. A. e Volkov, Y. A. (1965). On the roughness parameter of the sea surface and the calculation of momentum flux in the near-water layer of the atmosphere. *Atmos. Oceanic. Phys.*, 1:566-574.
- Komori, S., Nagaosa, R., e Murakami, Y. (1993). Turbulence structure and mass transfer across a sheared air-water interface in wind-driven turbulence. *J. Fluid Mech.*, 249:161-183.
- Large, W. G. e Pond, S. (1981). Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds. *J. Phys. Oceanogr.*, 11:324-336.

- Liu, W. T. e Businger, J. (1975). Temperature profile in the molecular sublayer near the interface of a fluid in turbulent motion. *Geophys. Res. Lett.*, 2:403–404.
- Liu, W. T., Katsaros, K. B., e Businger, J. A. (1979). Bulk Parameterization of the Air-Sea Exchange of Heat and Water Vapor Including the Molecular Constraints at the Interface. *J. Atmos. Sci.*, 36:1722–1735.
- Lorke, A. e F. Peetres (2006). Toward a Unified Scaling Relation for Interfacial Fluxes. *American Meteorological Society*.
- Maat, N., Kraan, C., e Oost, W. A. (1991). The roughness of wind waves. *Boundary Layer Meteorology*, 54:89–103.
- Makin, V. K. e Mastenbroek, C. (1996). Impact of waves on air–sea exchange of sensible heat and momentum. *Bound.-Layer Meteor.*, 79:279–300.
- Mascart, P., Noilhan, J., e Giordani, H. (1995). A modified parameterization of flux-profile relationships in the surface layer using different roughness length values for heat and momentum. *Boundary-Layer Meteorol.*, 72:331–344.
- McAlister, E. D. (1964). Infrared optical techniques applied to oceanography I. Measurement of total heat flow from the sea. *Appl. Opt.*, 5:609–612.
- Mcready, M., Vassiliou, E., e Hanratty, T. (1986). Computer-simulation of turbulent mass-transfer at a mobile interface. *AIChE J.*
- M.L. Banner e Melville, W. K. (1976). On the separation of airflow over water waves. *J Fluid Mech.*
- Monbaliu, J. (1994). On the use of the Donelan wave spectral parameter as a measure for the roughness of wind waves. *Boundary Layer Meteorol.*, 67:277–291.
- Monin, A. S. e Obukhov, A. M. (1954). Basic Laws of turbulent mixing in the ground layer of the atmosphere. *Originally published in Trans. Geophys Inst. Akad. Nauk. URSS. Editing of several English translations and L^AT_EX typesetting by Keith McNaughton*, 151:163–187.
- Nielsen, O. e Halgreen, P. (1996). First hitting time models for the generalized inverse Gaussian distribution. *Stochastic Processes and their Applications*.
- Oost, W., Komen, G. J., Jacobs, C. M. J., e Oort, C. V. (2002). New evidence for a relation between wind stress and wave age from measurements during ASGAMAGE. *Boundary Layer Meteorol.*, 103:409–438.

- Perhnutter, D. (1961). Surface-renewal models in mass transfer. *Chem. Eng. Sci.*
- Perreault, L., Bobee, B., e Rasmussen, P. (1999). Halphen distributions system I : mathematical and statistical properties. *Journal of hidrologic engeneering*.
- Rao, K. N., Narasima, R., e Badri Narayanan, M. (1971). The bursting phenomenon in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 48:339–352.
- Reynolds, O. (1895). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A*, 186:123–164.
- Rosenthal, J. F. (2006). *A first look at rigorous probability theory*. World Scientific Publishing Co., Singapore.
- Schlüssel, P., Soloviev, A., e Emery, W. (1997). Cool and freshwater skin of the ocean during rainfall. *Boundary Layer Meteorol.*
- Seo, Y. e Lee, W. (1988). Single-eddy model for random surface renewal. *Chem. Engng Sci.*, 43.
- Shabani, B., Nielsen, P., e Baldock, T. (2014). Direct measurements of wind stress over the surf zone. *Journal of Geophysical Research Oceans*, 119:2949–2973.
- Smith, S. (1980). Wind stress and heat flux over the ocean in gale force winds. *J. Phys. Ocean.*, 10:709–726.
- Smith, S. (1988). Coefficients for sea surface wind stress, heat flux, and wind profiles as a function of wind speed and temperature. *J. Geophys. Res.*, 93:467–472.
- Soloviev, A. V. (2007). Coupled renewal model of ocean viscous sublayer, thermal skin effect and interfacial gas transfer velocity. *Journal of Marine Systems*, 66:19–27.
- Soloviev, A. V. e Schlusel, P. (1994). Parameterization of the Cool Skin of the Ocean and Air-Ocean Gas Transfer On the Basis of Modelling Surface Renewal. *Journal of Physical Oceanography*, 24:1339–1347.
- Soloviev, A. V. e Schlusel, P. (1996). Evolution of Cool Skin and Direct Air-Sea Gas Transfer Coefficient During Daytime. *Boundary-Layer Meteorol.*, 42:45–68.
- Stacey, M. W. (1999). Simulation of the Wind-Forced Near-Surface Circulation in Knight Inlet: A Parameterization of the Roughness Length. *American Meteorological Society*, 29:1363–1368.
- Taylor, P. K. e Yelland, M. J. (2001). The dependence of sea surface roughness on the height and steepness of the waves. *J. Phys. Oceanogr.*

- Thomas, L. e Fan, L. T. (1971). Heat and momentum transfer analogy for incompressible turbulent boundary layer flow. *J. Heat Mass Transfer*, 14:715–717.
- Turney, D. e Banerjee, S. (2013). Air-water gas transfer and near-surface motions. *Journal of fluid mechanics*.
- Veron, F., G.Saxena, e Misra, S. (2007). Measurements of the viscous tangential stress in the airflow above wind waves. *Journal of geophysical research*.
- Veron, F., Melville, K., e Lenain, L. (2011). The Effects of Small-Scale Turbulence on Air-Sea Heat Flux. *J. of Geophys. Res.*, 41:205–222.
- Veron, F., Melville, W. K., e Lenain, L. (2008). Wave-coherent air–sea heat flux. *J. Phys. Oceanogr.*, 38:788–802.
- Vickers, D. e Mahrt, L. (1997). Fetch limited drag coefficients. *Boundary Layer Meteorol*, 85:53–79.
- Wick, G. A., Emery, W. J., Kantha, L. W., e Schlussel, P. (1996). The Behaviour of The Bulk-Skin Sea Surface Temperature Difference under Varying wind Speed and Heat Flux. *Journal of Physical Oceanography*, 25:1969–1989.